



Edición, 2024

Autor: José María de la Vega Meroño

Maquetación: Educalia Editorial

Edita: Educàlia Editorial

Imprime: Grupo digital 82, S.L.

ISBN: En trámite

Depósito legal: En trámite

Printed in Spain/Impreso en España.

Todos los derechos reservados. No está permitida la reimpresión de ninguna parte de este libro, ni de imágenes ni de texto, ni tampoco su reproducción, ni utilización, en cualquier forma o por cualquier medio, bien sea electrónico, mecánico o de otro modo, tanto conocida como los que puedan inventarse, incluyendo el fotocopiado o grabación, ni está permitido almacenarlo en un sistema de información y recuperación, sin el permiso anticipado y por escrito del editor.

Alguna de las imágenes que incluye este libro son reproducciones que se han realizado acogiendo al derecho de cita que aparece en el artículo 32 de la Ley 22/18987, del 11 de noviembre, de la Propiedad intelectual. Educàlia Editorial agradece a todas las instituciones, tanto públicas como privadas, citadas en estas páginas, su colaboración y pide disculpas por la posible omisión involuntaria de algunas de ellas.

### **Educàlia Editorial**

Avda de les Jacarandes 2 loft 327 46100 Burjassot-València

Tel. 960 624 309 - 963 768 542 - 610 900 111

Email: [educaliaeditorial@e-ducalia.com](mailto:educaliaeditorial@e-ducalia.com)

**[www.e-ducalia.com](http://www.e-ducalia.com)**

# ÍNDICE DEL MÓDULO III

**Parte nº 7:** *Irracionalidad del número, estudio de la proporción como función. Representación de sistemas en el plano y el espacio.*

**Tema-III-1:** Números racionales e irracionales. Notación científica.

**Tema-III-2:** La Proporcionalidad su representación gráfica y sus aplicaciones.

**Tema-III-3:** Geometría del espacio: Coordenadas geométricas, sistema de representación de los cuerpos en el espacio. Cálculo de longitudes, áreas y volúmenes de los mismos.

**Parte nº 8:** *Funciones como modelos de situaciones cotidianas, registro e inferencia sobre las mismas.*

**Tema-III-4:** La función lineal y cuadrática como modelización de situaciones reales.

**Tema-III-5:** Estadística descriptiva e inferencial aplicada al entorno cotidiano.

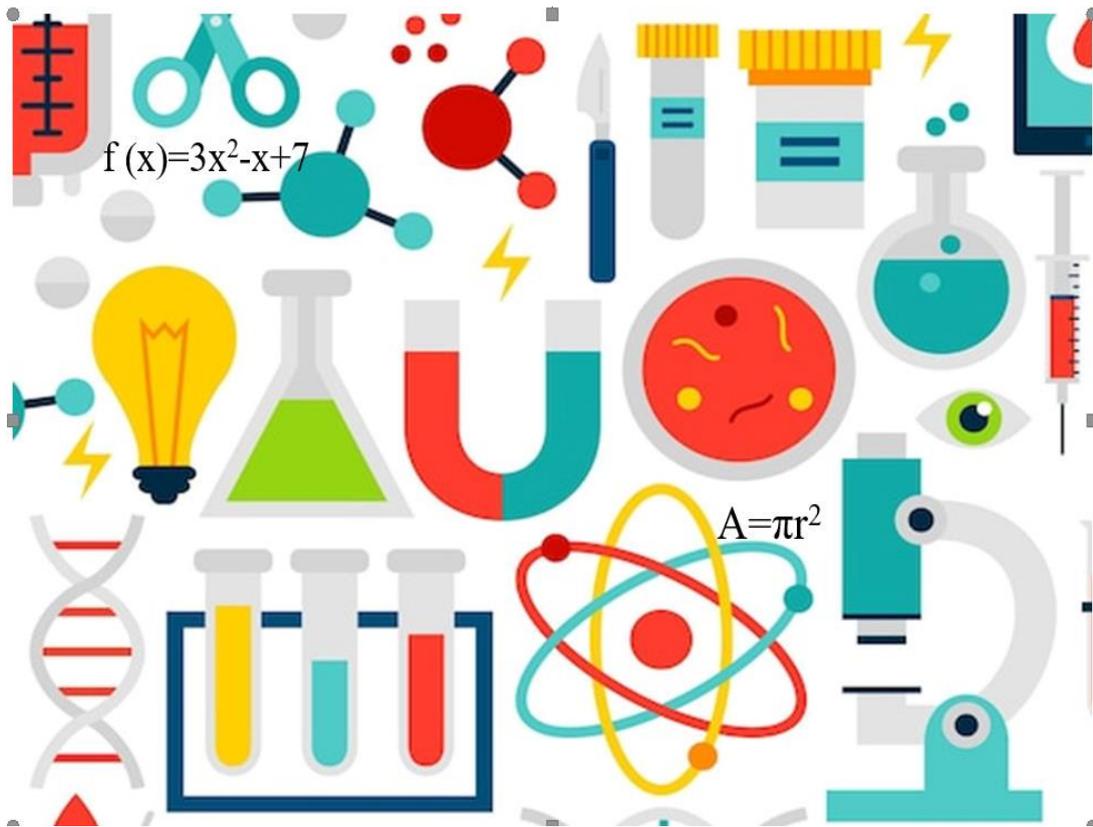
**Tema-III-6:** Estructura de la materia. La formación de sustancias y su denominación en lenguaje científico.

**Parte nº 9:** *Electricidad. el universo. Geología.*

**Tema-III-7:** La naturaleza eléctrica de la materia. Circuitos y operadores eléctricos. El ahorro y la eficiencia energética como base para un desarrollo sostenible energéticamente.

**Tema-III-8:** El universo: teorías de formación, estructuras básicas. El sistema Solar e hipótesis del origen de la vida en la Tierra.

**Tema-III-9:** Rocas y minerales. Procesos geológicos internos y externos, sus riesgos naturales. Formación del relieve y el paisaje.



## Ámbito Científico y Tecnológico.

Parte nº 8: Funciones como modelos de situaciones cotidianas, registro e inferencia sobre las mismas

Tema-III-5 Estadística descriptiva e inferencial aplicada al entorno cotidiano

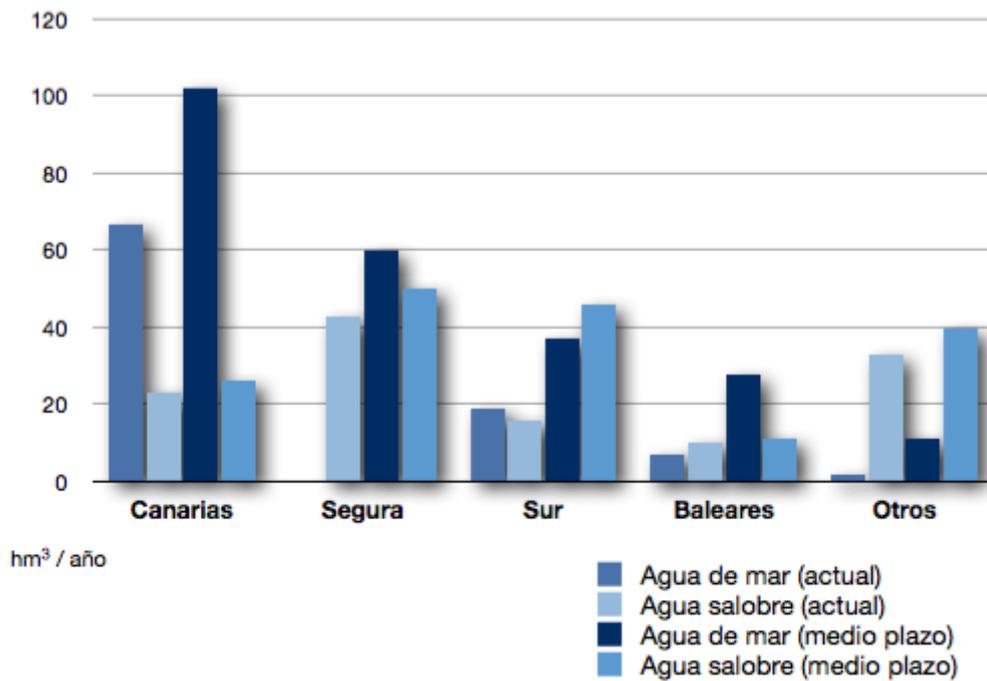
## ÍNDICE

- 1. Introducción**
- 2. Planificamos el trabajo**
  - 2.1 ¿Qué queremos saber?: Variables estadística
  - 2.2 ¿De quién lo queremos saber?: Población y muestra
    - 2.2.1. ¿Cómo elegir entonces la muestra?
- 3. Organización de datos en tablas de frecuencias**
- 4. Organización de datos en tablas con clases o intervalos**
- 5. Parámetros estadísticos centrales**
  - 5.1 La media
  - 5.2 La mediana
  - 5.3 La moda
- 6. Parámetros estadísticos de dispersión**
  - 6.1 La varianza
  - 6.2 El rango o recorrido.
  - 6.3 La desviación típica
  - 6.4 El coeficiente de variación
- 7. Representación gráfica**
  - 7.1 Diagramas de barras
  - 7.2 Histogramas
  - 7.3 Polígonos de frecuencia
  - 7.4 Diagrama de sectores
- 8. Ejemplos de cálculos estadísticos.**
- 9. Ejercicios.**
- 10. Trabajo sobre estadístico.**
- 11. Prácticas de informática.**

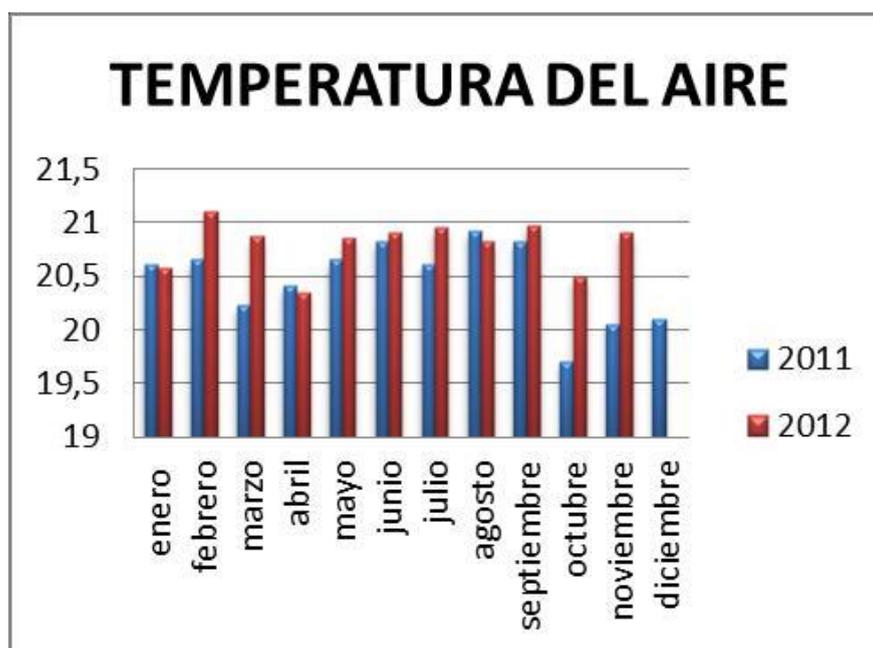
## 1. Introducción

Cada día vemos noticias acompañadas de los siguientes gráficos

*Estudio estadístico sobre el agua de mar y salobre consumida actualmente y que se consumirá a medio plazo*



*Estudio estadístico sobre el incremento de la temperatura del aire en una zona determinada entre los años 2011 y 2012*



Son muy importantes los **estudios estadísticos** que conducen a este tipo de informaciones, ya que basándose en estos estudios los gobiernos diseñan sus planes de gestión del medio

ambiente. Son múltiples las aplicaciones de la estadística en el campo de las Ciencias Sociales, por ejemplo, para estudiar datos sobre población, inmigración, encuestas políticas, etc. Incluso hay una asignatura ofertada en distintas Universidades españolas denominada “Modelos estadísticos para el medio ambiente” y empresas dedicadas a hacer estudios estadísticos sobre temas medioambientales.

Por ejemplo si se quiere conocer la población de aves en Las Tablas de Daimiel, el nivel de contaminación de los acuíferos o cómo controlar los residuos urbanos, necesitamos:

- conocer los datos objetivos
- ordenarlos
- analizarlos
- sacar conclusiones.

Pero sobre todo se necesita desarrollar un **espíritu crítico ante las distintas noticias científicas basadas en estudios estadísticos**, que se dan como “verdades absolutas”. Estamos acostumbrados a que datos objetivos sean interpretados según interese a quien los muestra.

## 2. Planificamos el trabajo

Mientras Javier estaba con Luís en el parque leyó en el periódico una noticia que decía “Según un estudio estadístico, el 60,6% de los castellano-manchegos opina que principal problema relacionado con el medio ambiente son los incendios forestales”. Este titular le llevo a la siguiente reflexión “¿Cómo se puede saber lo que opinan los castellano-manchegos en general, si yo soy de Guadalajara y a mí no me ha preguntado nadie?”.

Para realizar un estudio estadístico hay que tener en cuenta una serie de pasos a seguir que podemos resumir en: ¿Qué queremos saber? Y ¿de quién lo queremos saber?

### 2.1. ¿Qué queremos saber?: Variables estadísticas

Muchos estudios estadísticos comienzan con una pregunta o preguntas sobre un tema concreto. En estos casos en primer lugar habrá que crear un **cuestionario**. Por ejemplo si nos planteamos un estudio sobre “Impacto medioambiental en Castilla-La Mancha” podríamos formular la pregunta:

“¿Qué problema relacionado con el medio ambiente le preocupa más?”

Las respuestas a esta pregunta pueden ser:

- **abiertas**: cada persona entrevistada puede dar tantas respuestas como le apetezca.
- **abiertas pero limitadas**: cada persona entrevistada podría dar una o dos o tres o un número predeterminado de antemano de respuestas libres.
- **cerradas**: cada persona entrevistada elige una o varias opciones sobre un listado prefijado de respuestas posibles.

Habr  por tanto que decidir si se crea un **cuestionario**:

- **abierto**: cada uno puede contestar lo que quiera.
- **limitado**: con un número prefijado de posibles respuestas.
- **cerrado**: más cómodo para el entrevistado pero que puede “deformar” el estudio, ya que el listado de posibles respuestas va a depender del encuestador y su buen criterio.

Para evitar la “manipulación” en un cuestionario cerrado, siempre debería existir la opción de respuesta **“otra respuesta diferente a las propuestas”**

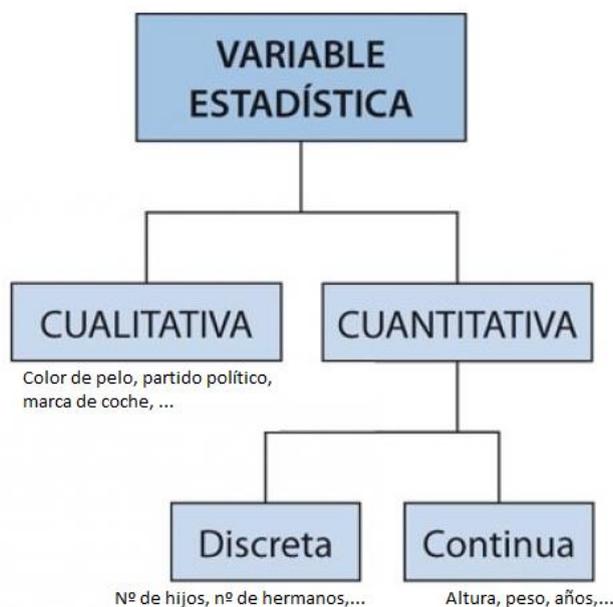
Al conjunto final de respuestas obtenidas le llamamos **VARIABLE ESTADÍSTICA**. Las Variables Estadísticas pueden ser de dos tipos:

**CUALITATIVAS**: No son números.

- Color preferido de un grupo de gente.
- Partido al que votar s en las siguientes elecciones.
- Problema relacionado con el medio ambiente que preocupa más a los castellano-manchegos.

**CUANTITATIVAS**: Son números, y pueden ser **discretas**, si representan valores numéricos aislados, o **continuas**, si representan valores numéricos en una escala de números real.

- La altura o el peso de un grupo de personas (continuas)
- Número de hermanos, número de casas, número de llamadas realizadas (discreta)



En el caso de que el estudio se refiera, por ejemplo, a conocer **“el tamaño en milímetros de una determinada especie de mosquito”** no será necesario un cuestionario, habrá en este caso que elegir un **sistema** o **aparato de medida** adecuado para llevar a cabo las mediciones necesarias. Los datos obtenidos en este ejemplo concreto formarán una **variable cuantitativa**.

## 2. 2. ¿De quién lo queremos saber?: Población y muestra

Imagina que queremos saber cuál es el problema medioambiental que más preocupa a los vecinos de Valdepeñas. Podría ocurrir que fuese muy distinto del que pueda preocupar a los vecinos de Manzanares o a la población manchega en su conjunto. Por esto es muy importante, una vez terminado el cuestionario o el método de recogida de datos adecuado al estudio, decidir a quién va dirigido:

- Si vamos a preguntar a todos los nacidos o nacidas en Castilla-La Mancha o en alguna población en concreto de nuestra geografía.
- Si se preguntaría a todas las personas censadas en Castilla-La Mancha (o lugar en concreto de ésta)
- Si preguntáremos a cualquier persona que esté en ese momento dado en Castilla-La Mancha (o en una determinada población manchega).



Al conjunto total de personas o de objetos de los que nos interesa conocer una determinada opinión o característica es a lo que llamaremos **POBLACIÓN**.

Sea cual sea la elección, *preguntar a toda la población normalmente es imposible, así que habrá que **elegir un grupo que represente toda la población.***

El grupo elegido para que responda al cuestionario o del que se van a recoger determinados datos, es a lo que se denomina **MUESTRA**.

Cuanto mayor sea el número de personas que forman la muestra más fiable será el estudio estadístico. Y aquí es donde pueden empezar los problemas, porque si elegimos mal la muestra los resultados no serán reales.

### 2.2.1. ¿Cómo elegir entonces la muestra?

Esto es una de las partes más complejas de la estadística y hay teorías matemáticas muy complicadas al respecto.

La elección de la muestra puede ser:

- **Aleatoria:** se eligen al azar. Este método tiene como ventaja la objetividad, pero, por el contrario, es posible que la muestra no sea representativa.
- **Intencional:** el encuestador elige a los que quiere. En este caso la muestra estará caracterizada por la subjetividad de quién realiza el estudio.



### EJEMPLOS. Muestras aleatorias e intencionadas

En los siguientes ejemplos vemos las diferencias de los resultados obtenidos en una recogida de datos en función del modelo elegido:

**1. Dato: altura, en centímetros, de las primeras diez personas que pasan por la calle**

- Aleatorio: datos tomados en una calle cualquiera de una ciudad de Castilla La Mancha.  
167, 169, 165, 178, 177, 169, 181, 176, 168 y 175
- Intencionado: datos tomados en la puerta de un pabellón polideportivo a la hora en la que salen de su entrenamiento unos jugadores de un equipo de baloncesto.

174, 199, 197, 187, 206, 189, 188, 203, 188 y 178

**2. Dato: color del cabello de las diez primera personas que pasan por la calle:**

- Aleatorio: datos tomados en un lugar cualquiera de nuestra ciudad.  
Moreno, Moreno, Rubio, Castaño, Moreno, Moreno, Castaño, Moreno, Rubio y Moreno
- Intencionado: datos tomados en la puerta de un concurso de imitadoras de Marilyn Monroe e imitadores de Robert Redford.

Moreno, Rubio, Rubio, Rubio, Castaño, Moreno, Castaño, Rubio, Rubio, Moreno

Como vemos, las diferencias son sustanciales, como era de esperar debido a la elección del lugar en el que realiza en cada caso la toma de datos o muestreo.

Muchas veces el sentido común nos dirá cuál es la mejor manera de elegir la muestra.

### EJERCICIOS. 1, 2, 3, 4, 5, 6 Y 7

### 3. Organización de datos en tablas de frecuencias

Es muy importante la organización de los datos en forma de tabla, ya que los hace más comprensibles y facilita los cálculos. **En el caso de variables cuantitativas discretas o cuantitativas continuas cuando hay poca cantidad de datos**, se pone en la primera columna cada valor de la variable, de forma ordenada.

VALORES $x_i$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS $n_i$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS ACUMULADAS $N_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2 \cdot n_i$
$x_1$	$n_1$	$N_1 = n_1$	$x_1 \cdot n_1$	$x_1^2 \cdot n_1$
$x_2$	$n_2$	$N_2 = N_1 + n_2$	$x_2 \cdot n_2$	$x_2^2 \cdot n_2$
$x_3$	$n_3$	$N_3 = N_2 + n_3$	$x_3 \cdot n_3$	$x_3^2 \cdot n_3$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
$x_k$	$n_k$	$N_k = N_{k-1} + n_k = n$	$x_k \cdot n_k$	$x_k^2 \cdot n_k$
	$\sum_{i=1}^k n_i = n$		$\sum_{i=1}^k x_i n_i$	$\sum_{i=1}^k x_i^2 n_i$

- ⊙ **Valores:** en esta columna se representan todos los valores obtenidos de forma ordenada
- ⊙ **Frecuencias absolutas:** es la repetición de cada valor de la variable.
- ⊙ **Frecuencias absolutas acumuladas:** en cada fila, es la suma de la frecuencia absoluta más la frecuencia acumulada de la fila anterior.
- ⊙  **$x_i n_i$ :** producto del valor de la variable por su frecuencia absoluta
- ⊙  **$x_i^2 n_i$ :** producto del cuadrado del valor de la variable por su frecuencia absoluta.



**EJEMPLO:** Preguntamos a 30 personas el número de hermanos que tienen, y obtenemos los siguientes resultados... Construye la tabla de frecuencias

2    1    0    2    2    1    1    0    0    1

1    3    4    6    2    3    2    1    0    1

4    3    3    2    5    1    0    1    0    1

La tabla se construye de la siguiente forma:

VALORES $x_i$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS $n_i$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS ACUMULADAS $N_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2 \cdot n_i$
0	6	6	0	0
1	10	16	10	10
2	6	22	12	24
3	4	26	12	36
4	2	28	8	32
5	1	29	5	25
6	1	30	6	36
	30		53	163

Por ejemplo, para la segunda fila, el valor de la variable es 1 (1 hermano).

- En la columna correspondiente a frecuencias absolutas el valor es 10, ya que 10 personas respondieron que tenían sólo 1 hermano.
- En la columna correspondiente a frecuencias absolutas acumuladas, el valor es 16, ya que se suman la frecuencia absoluta de esta fila (10) con el valor de la frecuencia absoluta acumulada de la fila anterior (6).
- En la columna  $x_i \cdot n_i$  el valor resulta de multiplicar el valor de la variable (1) por su frecuencia absoluta (10).
- En la columna  $x_i^2 \cdot n_i$  el valor resulta de multiplicar el valor de la variable al cuadrado ( $1^2$ ) por su frecuencia absoluta (10).

## 4. Organización de los datos en tablas con intervalos o clases

A veces, cuando trabajamos con variables cuantitativas, la cantidad de resultados distintos puede ser muy elevada (por ejemplo, en un sondeo sobre la edad podemos encontrarnos con 30 ó 40 edades distintas). En estos casos, a la hora de crear la tabla, se agrupan los datos por intervalos (también llamados clases).

CLASES O INTERVALOS (Solución)
[14,33)
[33,52)
[52,71)
[71,90]

Para construir la tabla en sí, añadimos una columna más a la izquierda, con los intervalos, y la columna de valores ( $x_i$ ) ahora se llamará **marca de la clase**. La marca de la clase corresponde al valor medio de los extremos de cada intervalo. En las frecuencias absolutas, se van recontando los datos obtenidos dentro del intervalo que les corresponda. Cuidado con los extremos de los intervalos, pues por ejemplo, según la siguiente tabla, el valor 33 se contabilizaría en la clase [33,52) y no en la [14,33).

### Valores de variable

14, 17, 18, 18, 19, 25, 26, 29, 32, 35, 39, 41, 51, 49, 54, 57, 56, 70, 73, 90

Intervalo	MARCA DE LA CLASE $x_i$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS $n_i$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS ACUMULADAS $N_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2 \cdot n_i$
[14,33)	23'5	9	9	211,5	4970,25
[33,52)	42'5	5	14	212,5	9031,25
[52,71)	61'5	4	18	246	15129
[71,90]	80'5	2	20	161	12960,5
		20		831	42091

## 5. Parámetros estadísticos centrales

Son valores que suelen situarse hacia el centro de la distribución de datos. Los más destacados son la media, la mediana y la moda, que vemos a continuación.

### 5.1. La media

La **media** es el valor medio de todos los datos de la muestra. Si tenemos acceso a todos los datos de la muestra, la forma de calcularla es sumarlos todos y dividir el resultado entre el número total de datos.



**EJEMPLO.** Se pregunta la altura a diez personas obteniendo los datos que se muestran a continuación. ¿Cuál será el valor de su media?

167 169 165 178 177 169 181 176 168 175

La media por tanto se calculará como:

$$\frac{167+169+165+178+177+169+181+176+168+175}{10} = 172,5$$

Cuando trabajamos con tablas, para calcular la media hay que dividir el sumatorio de valores  $x_i \cdot n_i$  entre el número de valores  $n$ .

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{n}$$



**EJEMPLO.** Cálculo de la media en una tabla de frecuencias

*Por ejemplo, en la siguiente tabla....*

Intervalo	MARCA DE LA CLASE $x_i$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS $n_i$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS ACUMULADAS $N_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2 \cdot n_i$
[14,33)	23'5	9	9	211,5	4970,25
[33,52)	42'5	5	14	212,5	9031,25
[52,71)	61'5	4	18	246	15129
[71,90]	80'5	2	20	161	12960,5
		<b>20</b>		<b>831</b>	42091

*... la media será  $831/20 = 41,55$*

## 5.2. La mediana

La mediana viene a ser el valor que está en el centro una vez ordenados los datos. Si trabajamos con todos los datos porque su número es pequeño, para calcular la mediana, primero los ordenamos de menor a mayor, y entonces habrá dos casos:

- Si el número de datos es impar, el dato central de la ordenación será la mediana.

*Datos ordenados: 2, 2, 3, 5, 5, 7, 9*

*Mediana = 5*

- Si el número de datos es par, la media de los dos datos centrales será la mediana.

Datos ordenados: 2, 2, 3, 4, 5, 5, 7, 9

$$\text{Mediana} = (4+5) / 2 = 4,5$$

Cuando hay que calcular la mediana a partir de datos agrupados en una tabla, dividimos el número total de datos entre 2 y se busca el resultado en la columna de las Frecuencias Absolutas Acumuladas. Si se encuentra en esta columna, lo tomaremos como indicador y si no está, se coge como indicador el número mayor más cercano. Después nos fijamos en el valor de la variable (o marca de la clase) que le corresponde a ese indicador, dicho valor es la mediana.



**EJEMPLO. Cálculo de la mediana en una tabla de frecuencias**

*Por ejemplo, en la siguiente tabla la mediana será 42,5*

Intervalo	MARCA DE LA CLASE $x_i$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS $n_i$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS ACUMULADAS $N_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2 \cdot n_i$
[14,33)	23'5	9	9	211,5	4970,25
[33,52)	<b>42'5</b>	5	<b>14</b>	212,5	9031,25
[52,71)	61'5	4	18	246	15129
[71,90]	80'5	2	20	161	12960,5
		<b>20</b>		831	42091

- *En primer lugar, dividimos el número total de datos (20) entre 2, lo que nos da 10.*
- *Después, en la columna de frecuencias absolutas acumuladas, buscamos el primer número mayor o igual a 10 (14). Ese será el indicador.*
- *Finalmente, la mediana será el valor de la variable o marca de la clase en la misma fila donde encontramos el indicador.*

### 5.3. La moda

La moda es el valor de la variable que más se repite. Si tenemos todos los datos, aquel o aquellos valores que más se repitan serán la moda o modas (puede haber más de una).

*Datos: 2, 2, 3, 5, 5, 7, 9 → Modas = 2 y 5 (ambos se repiten 2 veces)*

Cuando se trabaja con tablas, buscamos el mayor valor (o mayores) en la tabla de Frecuencias Absolutas, y el valor que tome en esa fila la variable o marca de la clase será una Moda.



**EJEMPLO. Cálculo de la moda en una tabla de frecuencias**

*Por ejemplo, en la siguiente tabla la moda será  $M_o = 23,5$ .*

Intervalo	MARCA DE LA CLASE $x_i$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS $n_i$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS ACUMULADAS $N_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2 \cdot n_i$
[14,33)	<b>23'5</b>	<b>9</b>	9	211,5	4970,25
[33,52)	42'5	5	14	212,5	9031,25
[52,71)	61'5	4	18	246	15129
[71,90]	80'5	2	20	161	12960,5
		20		831	42091

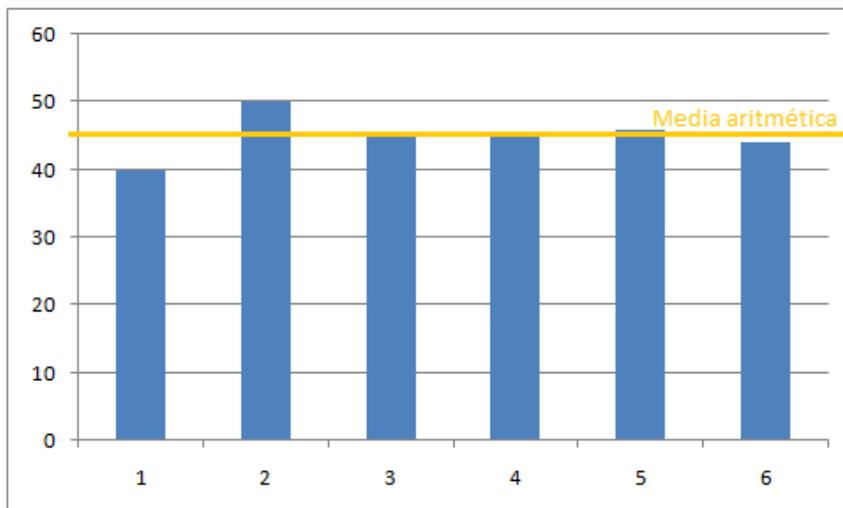
- *Se observa que el valor más alto en la columna de frecuencias absolutas es 9*
- *La moda será el valor de la variable o marca de la clase en la misma fila donde encontramos el indicador.*

## 6. Parámetros estadísticos de dispersión

Las medidas de dispersión, variabilidad o variación nos indican si esos datos están próximos entre sí o si están dispersos, es decir, nos indican cuán esparcidos se encuentran los datos. Estas medidas de dispersión nos permiten apreciar la distancia que existe entre los datos a un cierto valor central.



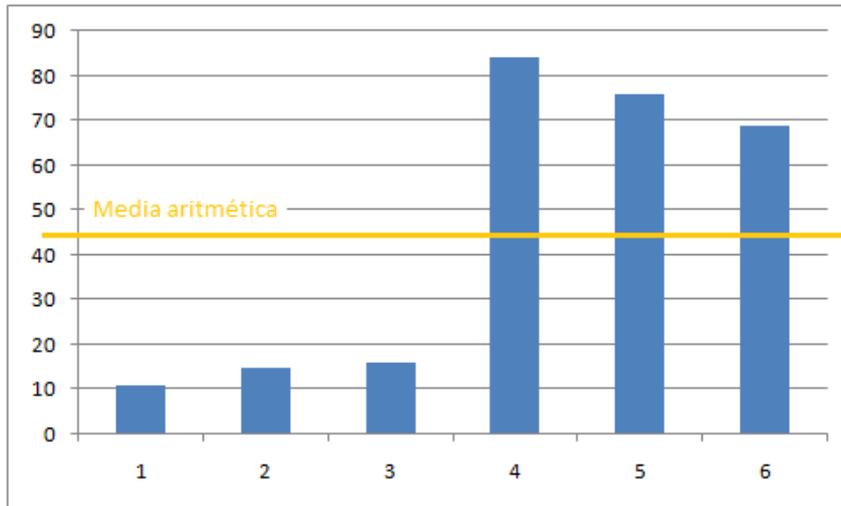
**EJEMPLO 1:** Si hacemos una encuesta de edades y tenemos de resultados 40, 50, 45, 45, 46 y 44, la media sería 45 años. Si nos fijamos, los datos están muy cercanos numéricamente a esa media, ya que la diferencia de edades con respecto a la media, en cada caso, sería 5, 5, 0, 0, 1 y 1 años. Realmente, ninguna edad se aleja mucho de la media.



Datos poco dispersos porque están cercanos a la media



**EJEMPLO 2.** Si hacemos una encuesta de edades y tenemos de resultados 11, 15, 16, 84, 76 y 69, la media sería aproximadamente 45 años. Si nos fijamos, los datos están muy dispersos con respecto a esa media, ya que la diferencia de edades con respecto a la media, en cada caso, sería 34, 30, 29, 39, 31 y 24 años. Realmente, ninguna edad es cercana a la media.



Datos muy dispersos con respecto a la media, pues sus valores reales están muy alejados de la media

## 6.1. La varianza

La varianza, al ser un parámetro de dispersión, sirve para identificar si los datos están cercanos a la media o no. Su valor mínimo es 0, cuando todos los datos sean iguales a la media. Cuando los datos más se acercan a la media, más pequeño será su valor.

Se calcula sumando los valores que se obtienen de elevar al cuadrado la diferencia de cada dato con la media, y dividiendo este valor entre el número de datos. Para representar este parámetro se utilizan los símbolos  $S^2$  o  $\sigma^2$ .

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 n_i - \bar{x}^2$$

Cuando queremos calcular la varianza sobre un conjunto de datos, primero debemos calcular la media, y después, calculamos la varianza sumando los valores que se obtienen de elevar al cuadrado la diferencia de cada dato con la media, y dividiendo este valor entre el número de datos.



**EJEMPLO.** Calculo de la varianza para dos conjuntos de alturas de diez personas:

**Datos 1: 167, 169, 165, 178, 177, 169, 181, 176, 168 y 175**

**Datos 2: 174, 199, 197, 187, 206, 189, 188, 203, 188 y 178**

Calculamos, para cada caso, en una columna, el cuadrado de la diferencia entre cada dato y la media (calculada como la suma de datos entre 10 en cada caso), como se observa en las siguientes tablas:

	Datos 1	(Dato – Media)	(Dato – Media) <sup>2</sup>		Datos 2	(Dato – Media)	(Dato – Media) <sup>2</sup>
	167	-5,5	30,25		174	-16,9	285,61
	169	-3,5	12,25		199	8,1	65,61
	165	-7,5	56,25		197	6,1	37,21
	178	5,5	30,25		187	-3,9	15,21
	177	4,5	20,25		206	15,1	228,01
	169	-3,5	12,25		189	-1,9	3,61
	181	8,5	72,25		188	-2,9	8,41
	176	3,5	12,25		203	12,1	146,41
	168	-4,5	20,25		188	-2,9	8,41
	175	2,5	6,25		178	-12,9	166,41
<b>Total:</b>	<b>1725</b>		<b>272,5</b>	<b>Total:</b>	<b>1909</b>		<b>964,9</b>
<b>Media:</b>	<b>172,5</b>			<b>Media:</b>	<b>190,9</b>		
<b>Varianza:</b>	<b>27,25</b>			<b>Varianza:</b>	<b>96,49</b>		

- En el conjunto Datos 1, la suma de los cuadrados de la diferencia entre cada dato y la media es 272,5. Por tanto, dividiendo entre el número de datos que es 10, obtenemos una varianza de 27,25
- En el conjunto Datos 2, la suma de los cuadrados de la diferencia entre cada dato y la media es 964,9. Por tanto, dividiendo entre el número de datos que es 10, obtenemos una varianza de 96,94
- A la luz de los resultados, los datos están más dispersos en el conjunto Datos 2 pues su varianza es mayor.

En las tablas de frecuencias, se calcula de la siguiente manera:

Intervalo	MARCA DE LA CLASE $x_i$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS $n_i$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS ACUMULADAS $N_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2 \cdot n_i$
[14,33)	23'5	9	9	211,5	4970,25
[33,52)	42'5	5	14	212,5	9031,25
[52,71)	61'5	4	18	246	15129
[71,90]	80'5	2	20	161	12960,5
		<b>20</b>		<b>831</b>	<b>42091</b>

Siendo la media 41,55

$$S^2 = \frac{1}{20} \cdot 42091 - (41,55)^2 = 378,15$$

## 6.2 El rango o recorrido.

Sería la diferencia entre el valor mayor y el más pequeño.

Ejemplo 1.

*Datos : 167, 169, 165, 178, 177, 169, 181, 176, 168 y 175*

Recorrido= 181-165= 16

Ejemplo 2

Intervalo	FRECUENCIAS ABSOLUTAS $n_i$
[14,33)	9
[33,52)	5
[52,71)	4
[71,90]	2

Recorrido = 90-14=76

## 6.3. La desviación típica

La desviación típica da un valor de las diferencias de los valores con respecto a la media que se obtiene haciendo la raíz cuadrada de la varianza, lo que hace que el valor sea más comprensible y manejable que el obtenido con la propia varianza.

**Varianza y Desviación típica:**

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 n_i - \bar{x}^2 = \frac{203}{30} - (2'1)^2 = 6'7666 - 4'41 = 2'3566$$

$$S = +\sqrt{S^2} = +\sqrt{2'3566} = 1'5351$$

Por ejemplo, si

$$S^2 = \frac{1}{20} \cdot 42091 - (41,55)^2 = 378,15$$

Entonces

$$S = +\sqrt{S^2} = +\sqrt{378,15} = 19,45$$

## 6.4. El coeficiente de variación

Es el cociente entre la desviación típica y la media. Su fórmula expresa la desviación estándar como porcentaje de la media aritmética, mostrando una mejor interpretación porcentual del grado de variabilidad que la desviación típica o estándar. A mayor valor del coeficiente de variación mayor heterogeneidad de los valores de la variable; y a menor C.V., mayor homogeneidad en los valores de la variable. Suele representarse por medio de las siglas **C.V.**, y se calcula como:

$$C_V = \frac{\sigma}{|\bar{x}|}$$

Por ejemplo, si

**Media= 41,55**

$$S^2 = \frac{1}{20} \cdot 42091 - (41,55)^2 = 378,15$$

$$S = +\sqrt{S^2} = +\sqrt{378,15} = 19,45$$

Entonces

$$C_V = \frac{\text{Desviación típica}}{\text{Media}} = \frac{19,45}{41,55} = 0,47$$

**Si se multiplica por cien, se expresa en tanto por ciento (en este ejemplo 47%)**

## 7. Representación gráfica

Una gráfica estadística es la mejor forma de disponer de toda la información que se haya recogido con una simple “ojeada” y que además permite distinguir, sin dificultad alguna, que opción es la preferida por los encuestados.

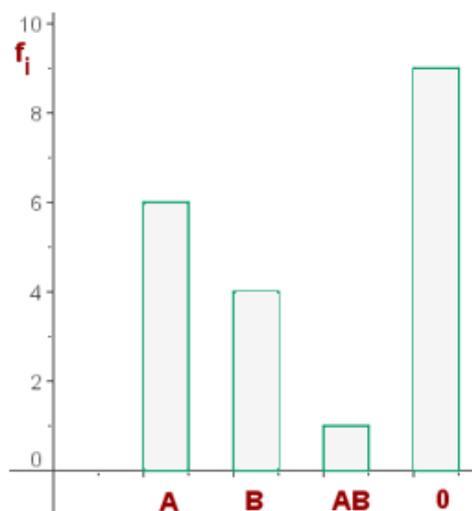


### 7.1. Diagramas de barras

Los diagramas de barras se caracterizan por:

- ⊙ **Son los indicados para variables estadísticas cualitativas o cuantitativas discretas (sin intervalos)**
- ⊙ Se representan sobre el eje de abscisas los valores de la variable y sobre el de ordenadas las frecuencias asociadas a cada valor
- ⊙ Se levanta sobre cada valor de la variable un segmento vertical de altura igual a la frecuencia con que se ha observado dicho valor.

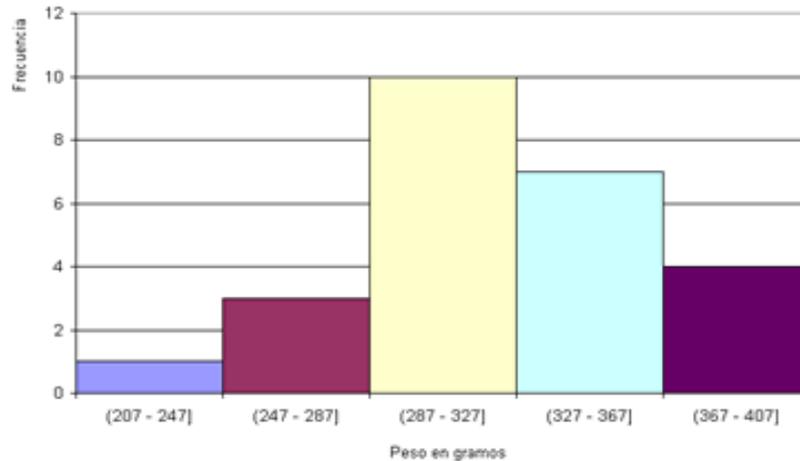
Grupo sanguíneo	$f_i$
A	6
B	4
AB	1
O	9
	20



## 7.2. Histogramas

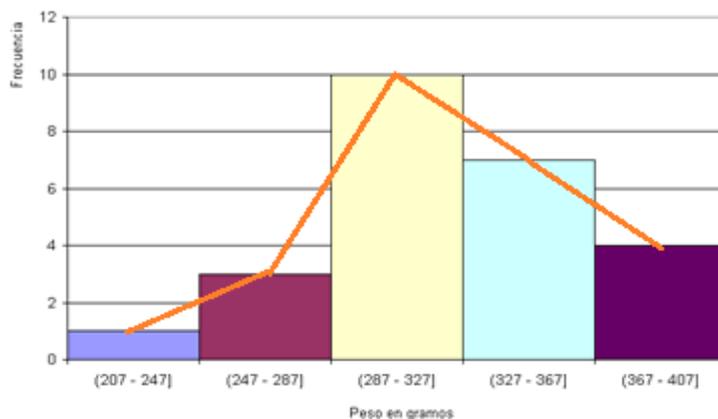
Los histogramas se caracterizan por:

- ⦿ **Se utilizan para variables estadísticas cuantitativas expresadas en intervalos**
- ⦿ Sobre el eje de abscisas se representan las distintas clases o intervalos en los que se han agrupado los valores de la variable, y sobre cada clase se construye un rectángulo cuya base sea el intervalo y la altura la frecuencia absoluta de dicha clase. Las barras quedarán gráficamente unidas unas a otras.



## 7.3. Polígonos de frecuencia

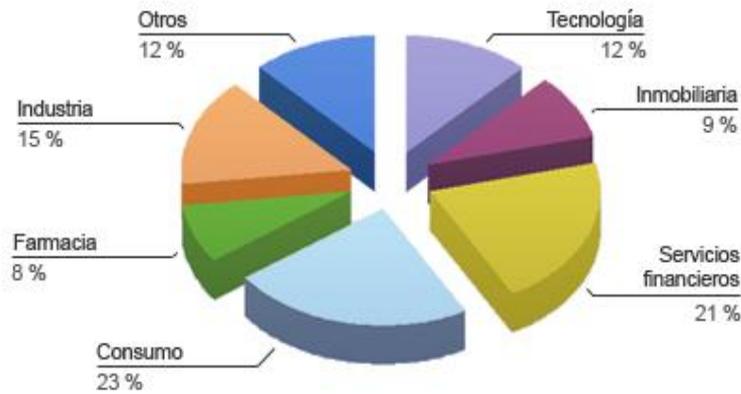
Uniendo los puntos medios de las bases superiores de los rectángulos de un histograma (en variables cuantitativas continuas) se dibuja lo que se conoce como polígono de frecuencias.



## 7.4. Diagramas de sectores

Los diagramas de sectores se caracterizan por:

- ⦿ **Se utilizan para caracteres cualitativos y cuantitativos.**
- ⦿ Consiste en repartir el área del círculo en sectores de tamaño proporcional a la frecuencia de cada valor que ha presentado un determinado carácter.



Para hacer el diagrama de sectores, hay que hacer unos pequeños cálculos que nos dicen el ángulo de cada porción del diagrama. En concreto, para cada valor de la variable o marca de la clase, el ángulo que tomará del círculo vendrá definido por:

$$\text{Ángulo de la variable o clase} = \frac{\text{frecuencia absoluta de la clase}}{\text{número total de datos}} \cdot 360^\circ$$



**EJEMPLO**

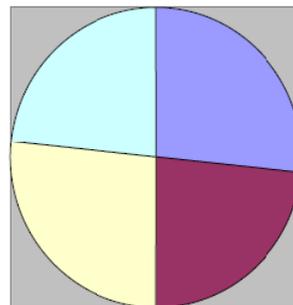
INTERVALOS $L_{i-1} - L_i$	MARCA DE CLASE $(x_i)$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS $(n_i)$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS ACUMULADAS $(N_i)$	$x_i n_i$	$x_i^2 n_i$
[33,43)	38	8	8	304	11552
[43,53)	48	7	18	336	16128
[53,63)	58	8	23	464	26912
[63,73)	68	7	30	476	32368
		30		1580	86960

$$1^{\text{a}}. - \frac{360^\circ}{30} = \frac{x_1^\circ}{8} \Rightarrow x_1^\circ = \frac{8}{30} 360^\circ = 96^\circ$$

$$2^{\text{a}}. - \frac{360^\circ}{30} = \frac{x_2^\circ}{7} \Rightarrow x_2^\circ = \frac{7}{30} 360^\circ = 84^\circ$$

$$3^{\text{a}}. - \frac{360^\circ}{30} = \frac{x_3^\circ}{8} \Rightarrow x_3^\circ = \frac{8}{30} 360^\circ = 96^\circ$$

$$4^{\text{a}}. - \frac{360^\circ}{30} = \frac{x_4^\circ}{7} \Rightarrow x_4^\circ = \frac{7}{30} 360^\circ = 84^\circ$$



## 8. Ejemplos de cálculos estadísticos



**EJEMPLO 1.** Se ha realiza una encuesta a 30 personas sobre el número de veces a la semana que comen pescado, obteniendo los siguientes resultados:

4, 5, 1, 2, 3, 1, 4, 3, 2, 3, 5, 4, 1, 0, 0, 0, 2, 3, 4, 0, 1, 3, 1, 1, 3, 0, 2, 0, 2, 3

Calcula el número medio de veces que se come pescado a la semana, el número más frecuente, el valor mediano, el recorrido de los datos, la varianza y la desviación típica. Realiza el diagrama de barras y el diagrama de sectores de los datos anteriores.

En primer lugar calculamos la tabla de todas las cosas que nos van pidiendo y posteriormente realizamos las operaciones necesarias para obtener las medidas que nos han pedido.

VALORES DE LA VARIABLE ( $x_i$ )	FRECUENCIAS ABSOLUTAS ( $n_i$ )	FRECUENCIAS ABSOLUTAS ACUMULADAS ( $N_i$ )	$x_i n_i$	$x_i^2 n_i$
0	6	6	0	0
1	6	12	6	6
2	5	17	10	20
3	7	24	21	63
4	4	28	16	64
5	2	30	10	50
	30		63	203

Una vez realizada la tabla se calculan las medidas pedidas:

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{n} = \frac{63}{30} = 2'1$$

$$\text{Moda: } Mo = 3$$

$$\text{Mediana: } n/2 = 15, \text{ luego } Me = 2$$

$$\text{Recorrido: } Re = 5-0$$

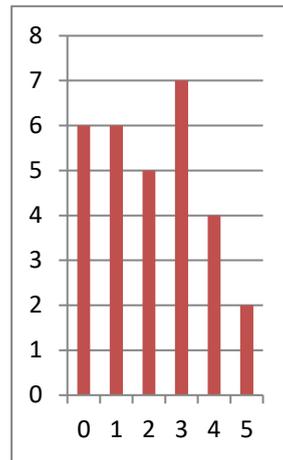
**Varianza y Desviación típica:**

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 n_i - \bar{x}^2 = \frac{203}{30} - (2'1)^2 = 6'7666 - 4'41 = 2'3566$$

$$S = +\sqrt{S^2} = +\sqrt{2'3566} = 1'5351$$

Una vez calculadas las medidas realizamos el gráfico

**Diagrama de barras:**



**Diagrama de sectores:**

Para dibujar el diagrama de sectores necesitamos realizar unas operaciones antes, en nuestro caso como los valores de la variable son seis, tenemos que realizar seis operaciones:

$$\frac{360^\circ}{n} = \frac{x_i^\circ}{n_i} \Rightarrow x_i^\circ = f_i \times 360^\circ = \frac{n_i}{n} 360^\circ$$

$$1^{\text{a}}.- \frac{360^\circ}{30} = \frac{x_1^\circ}{6} \Rightarrow x_1^\circ = \frac{6}{30} 360^\circ = 72^\circ$$

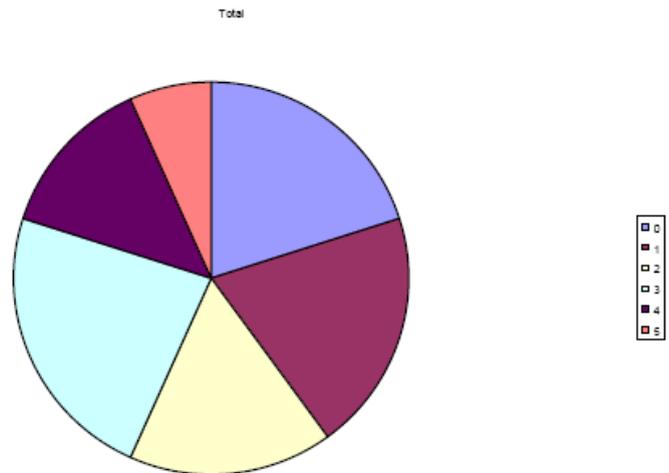
$$2^{\text{a}}.- \frac{360^\circ}{30} = \frac{x_2^\circ}{5} \Rightarrow x_2^\circ = \frac{6}{30} 360^\circ = 72^\circ$$

$$3^{\text{a}}.- \frac{360^\circ}{30} = \frac{x_3^\circ}{5} \Rightarrow x_3^\circ = \frac{5}{30} 360^\circ = 60^\circ$$

$$4^{\text{a}}.- \frac{360^\circ}{30} = \frac{x_4^\circ}{7} \Rightarrow x_4^\circ = \frac{7}{30} 360^\circ = 84^\circ$$

$$5^{\text{a}}.- \frac{360^\circ}{30} = \frac{x_5^\circ}{4} \Rightarrow x_5^\circ = \frac{4}{30} 360^\circ = 48^\circ$$

$$6^{\text{a}}.- \frac{360^\circ}{30} = \frac{x_6^\circ}{2} \Rightarrow x_6^\circ = \frac{2}{30} 360^\circ = 24^\circ$$





**EJEMPLO 2. Se ha realizado una encuesta obteniendo los siguientes resultados:**

35, 65, 34, 71, 46, 57, 39, 50, 70, 66, 54, 38, 57, 48, 39, 69, 54, 37, 46, 62, 37, 46, 55, 72, 36, 64, 53, 47, 53, 43

Intervalo	MARCA DE LA CLASE $x_i$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS $n_i$	FRECUENCIAS ABSOLUTAS ACUMULADAS $N_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2 \cdot n_i$
[33,41)	37	8	8	296	10952
[41,49)	45	6	14	270	12150
[49,57)	53	6	20	318	16854
[57,65)	61	4	24	244	14884
[65,73]	69	6	30	414	28566
		<b>30</b>		<b>1542</b>	<b>83406</b>

**Agrupando los datos en intervalos, calcula la media, la moda, la mediana, el recorrido, la varianza y la desviación típica. Realiza el histograma, el polígono de frecuencias y el diagrama de sectores de los datos anteriores.**

En primer lugar calculamos la tabla de todas las cosas que nos van pidiendo y posteriormente realizamos las operaciones necesarias para obtener las medidas que nos han pedido.

Para agrupar por intervalos seguimos los pasos:

***Determinamos el número de clases que tendremos.***

- Como hay 30 datos, si el número de clases sería el resultado de redondear al entero más próximo  $\sqrt{30} = 5,47$ , es decir, habrá 5 clases o intervalos.

***Determinamos la amplitud de los intervalos***

- El valor máximo de todos los datos es 72, y el más pequeño 34, luego el recorrido es  $72-34=38$ .
- Ahora dividimos el recorrido entre el número de clases, y redondeamos al alza para obtener la Amplitud del Intervalo:

$$\text{Amplitud del intervalo} = 38 / 5 = 7,6 \rightarrow \text{Amplitud} = 8$$

***Calculamos el exceso***

$$\text{Exceso} = (\text{Amplitud intervalo} \times N^\circ \text{ de clases}) - \text{Recorrido}$$

$$\text{Exceso} = (8 \times 5) - 38 = 40 - 38 = 2$$

***Calculamos el valor mínimo del primer intervalo***

$$\text{Valor mínimo del primer intervalo} = \text{Min} - \frac{\text{Exceso}}{2}$$

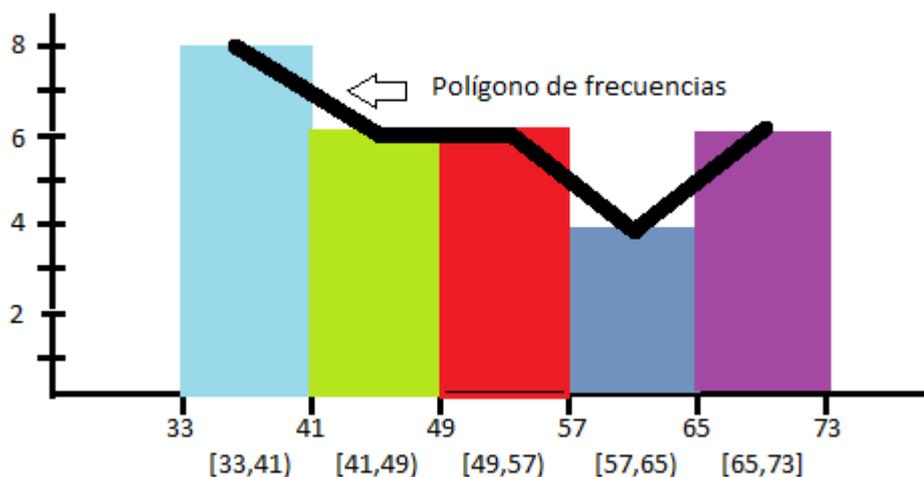
$$\text{Valor mínimo del primer intervalo} = 34 - \frac{2}{2} = 33$$

Por tanto, el intervalo de la primera clase empezará en 33 y al sumarle su amplitud, obtenemos que llegará hasta  $33 + 8 = 41$ . El segundo intervalo empezará en 41 y al sumarle la amplitud, acabará en  $41+8=49$ . Y así sucesivamente construimos todos los intervalos. Construimos ahora la tabla:

Una vez realizada la tabla estoy en condiciones de calcular las medidas pedidas:

- $\text{Media} = \frac{1542}{30} = 51'4$
- Para calcular la mediana, divido 30 entre 2 que es 15, y busco en la columna de  $N_i$  el primer valor mayor o igual que 15, que es 20 en la tercera fila. Por tanto la mediana es el valor de la marca de la clase en esa fila, que es 53.
- Para calcular la moda, busco en la columna  $n_i$  el valor más alto, que es 8 en la primera fila. Por tanto es la marca de la clase en esa fila, 37.
- $S^2 = \frac{1}{30} \cdot 83406 - (51'4)^2 = 138,24$
- $S = \sqrt{138,24} = 11,76$
- $CV = \frac{11,76}{51,4} = 0,23$ , es decir, el 23%

### Histograma y polígono de frecuencias:



**Diagrama de sectores:**

Para dibujar el diagrama de sectores necesitamos realizar unas operaciones antes, en nuestro caso como los valores de la variable son seis, tenemos que realizar seis operaciones:

$$\frac{360^\circ}{n} = \frac{x_i^\circ}{n_i} \Rightarrow x_i^\circ = f_i \times 360^\circ = \frac{n_i}{n} \cdot 360^\circ$$

- 1)  $x_1^\circ = 8 \times \frac{360^\circ}{30} = 96^\circ$
- 2)  $x_2^\circ = 6 \times \frac{360^\circ}{30} = 72^\circ$
- 3)  $x_3^\circ = 6 \times \frac{360^\circ}{30} = 72^\circ$
- 4)  $x_4^\circ = 4 \times \frac{360^\circ}{30} = 48^\circ$
- 5)  $x_5^\circ = 6 \times \frac{360^\circ}{30} = 72^\circ$



**EJERCICIOS 8-30**

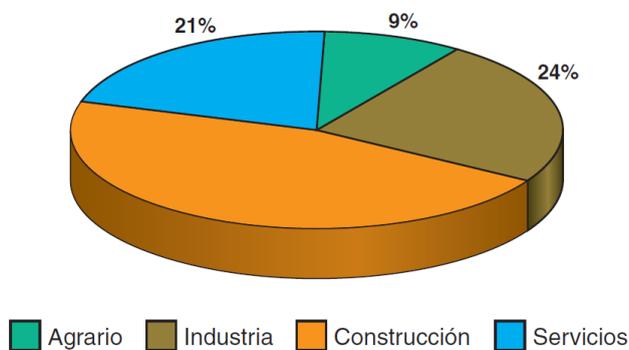
## **9. EJERCICIOS**

- 1. ¿Cuál de las siguientes informaciones te parece claramente manipulada o errónea?**
  - a. Según un estudio estadístico, realizado a dos personas en un club náutico, se determina que a todos los españoles les encanta el buceo deportivo.
  - b. Según un estudio estadístico, realizado por una compañía eléctrica, se sabe que los andaluces no aprecian que haya contaminación generada por las centrales térmicas en nuestro territorio.
  - c. Un estudio estadístico determina que el cien por cien de los encuestados respiran cada día.
  - d. Todas las opciones anteriores son estudios manipulados o sin sentido.
  
- 2. Se quiere conocer la cantidad de CO<sub>2</sub> que hay en el aire en una determinada población. ¿Cuál sería la opción más adecuada para llevar a cabo este estudio?**
  - a. Crear un cuestionario abierto preguntando por la cantidad de CO<sub>2</sub> que hay en el aire
  - b. Crear un cuestionario cerrado con las respuestas: 20 mg/m<sup>3</sup>, 10 mg/m<sup>3</sup> y otra cantidad.
  - c. Instalar un aparato medidor en algún punto de la ciudad que registre los datos de cantidad de CO<sub>2</sub> que hay en el aire a lo largo de un periodo determinado de tiempo.
  
- 3. Indica si las siguientes variables aleatorias son cualitativas, cuantitativas discretas o cuantitativas continuas.**
  - A. Energía aportada por distintas marcas de muesli
  - B. Sistema de calefacción utilizado en el invierno por familias de Madrid
  - C. Volumen de basura generado por las familias de una barriada de Toledo
  - D. Soluciones al problema de la contaminación de las aguas
  - E. Número de coches por familia en la provincia de Málaga
  
- 4. Se quiere estudiar el nivel de contaminación del agua de un determinado río. Elige la opción más adecuada para elegir la muestra:**
  - a. Se cogería una muestra de agua al azar de cualquier zona del cauce del río.
  - b. Se tomarían varias muestras de agua al azar de distintas zonas a lo largo del cauce del río y en distintos períodos de tiempo.
  - c. Se tomaría una muestra de agua al lado de una fábrica que vierte sus residuos directamente al cauce del río.
  - d. Se tomaría una muestra de agua en el lugar de nacimiento del río.
  
- 5. Estás realizando un estudio estadístico para conocer la satisfacción de la gente del barrio con el nuevo polideportivo. ¿Qué forma de elegir la muestra crees que es mejor?**
  - a. Preguntar a 50 personas que estén en el polideportivo.
  - b. Preguntar a 50 personas de tus amistades.
  - c. Elegir al azar 50 números de teléfono de casas del barrio, llamar y preguntar.
  - d. Preguntar a 50 personas que estén por la mañana comprando en el mercado.

**6. Indica, para cada uno de los cinco casos propuestos:**

- Cuál es la población.
- Cuál es la variable.
- Tipo de variable: cualitativa, cuantitativa discreta o cuantitativa continua.
  - a) Peso al nacer de los bebés que se alumbraron en Murcia a lo largo del año pasado.
  - b) Profesiones que quieren tener los estudiantes de un centro escolar.
  - c) Número de animales de compañía que hay en los hogares españoles.
  - d) Partido al que se va a votar en las próximas elecciones generales.
  - e) Tiempo semanal que dedican a la lectura los estudiantes de la ESO en España.
  - f) Número de tarjetas amarillas mostradas en los partidos de fútbol de la temporada pasada.

**7. En una determinada región se ha hecho un estudio sobre los accidentes mortales producidos en el trabajo, según el sector de actividad. Aquí se muestran los resultados:**



- a) ¿Cuál es el porcentaje de accidentes mortales producidos en el sector de la construcción?
- b) Si hubo 135 accidentes mortales en el sector agrario, ¿cuál fue el número total de accidentes mortales en la región?
- c) ¿Cuántos accidentes mortales hubo en cada uno de los sectores?

**8. El color elegido por los españoles, en un momento concreto, al comprar un coche, viene dado en la tabla siguiente:**

Elabora un diagrama de sectores que refleje la situación mostrada

COLOR	PORCENTAJE
Plata/gris	36%
Negro	22%
Azul	18%
Rojo	10%
Blanco	8%
Verde	4%
Resto	2%

9. En un determinado paraje se ha medido la altura de 10 olivos, siendo sus alturas 3,5 m; 3,8 m; 3,4 m; 3,1 m; 3,6 m; 3,8 m; 3 m; 3,7 m; 2,8 m; 3,3 m. La altura media de los diez olivos del paraje es de:

- a. 3 m                      b. 3,4 m                      c. 4 m

10. Se realiza una encuesta a 100 personas preguntando si separan o no los residuos para reciclarlos, siendo los resultados los recogidos en esta tabla:

	Nº de respuestas
Siempre, clasificando en las categorías: orgánica, vidrio, envases y papel.	10
Siempre, pero sólo papel y vidrio.	15
Casi siempre el papel	23
Casi siempre el vidrio	18
Normalmente no	16
Nunca	10
Otras opciones	8

**La Moda es:**

- a. Casi siempre el papel.  
 b. Siempre, clasificando en las categorías: orgánica, vidrio, envases y papel.  
 c. Casi siempre el vidrio.

**11. En una recogida de datos sobre los metros cuadrados ocupados por las distintas zonas verdes en dos localidades datos:**

Localidad 1

	m <sup>2</sup> zona verde
Zona1	780
Zona2	1080
Zona3	2200
Zona4	2800
Zona5	5600
Zona6	950
Zona7	4200
Zona8	2600
Zona9	4100
Zona10	3500

Localidad 2

	m <sup>2</sup> zona verde
Zona1	4500
Zona2	600
Zona3	1800
Zona4	5400
Zona5	1000
Zona6	700
Zona7	1900
Zona8	6100

¿Cuál de las dos localidades presenta una distribución de zonas verdes más “dispersa”? (Haría falta calcular el coeficiente de variación de los metros cuadrados destinados a zona verde de ambas localidades)

- a. La localidad 1                      b. La localidad 2                      c. Ambas por igual.

**12. Hemos consultado, en diferentes comercios, el precio (en euros) de un determinado modelo de impresora, obteniendo los datos siguientes:**

**146 - 150 - 141 - 143 - 139 - 144 - 133 - 153**

- a) Calcula el precio medio.  
 b) ¿Cuál es la mediana?  
 c) Halla el recorrido.  
 d) Halla la desviación típica.

**13. En la familia Fernández, el salario mensual del padre es de 950 €, y el salario de la madre, 1600 €. En la familia Torres, el padre gana 1 800 € al mes, y la madre 750 €. ¿Cuál es el sueldo medio de cada familia? ¿En cuál de ellas es mayor la dispersión? ¿Cuál es el rango en cada familia?**

**14. En un control de velocidad en carretera se obtuvieron los siguientes datos:**

Velocidad (Km/h)	Nº de coches
60-70	5
70-80	15
80-90	27
90-100	38
100-110	23
110-120	17

- a) Haz una tabla reflejando las marcas de clase y las frecuencias.
- b) Calcula la media y la desviación típica.
- c) ¿Qué porcentaje circula a más de 90 km/h?

**15. Los puntos conseguidos por Teresa y por Rosa en una semana de entrenamiento, jugando al baloncesto, han sido los siguientes:**

Teresa	Rosa
16	23
25	24
20	22
24	25
22	21
29	20
18	19

- a) Halla la media de cada una de las dos.
- b) Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación. ¿Cuál de las dos es más regular?

**16. A la pregunta: ¿cuántas personas forman tu hogar familiar?, 40 personas respondieron esto:**

4 5 3 6 3      5 4 6 3 2      2 4 6 3 5      3 4 5 3 6  
 4 5 7 4 6      2 3 4 4 3      4 4 5 3 2      6 3 7 4 3

- a) Haz la tabla de frecuencias y el diagrama correspondiente.
- b) Calcula la media, la mediana, la moda y la desviación típica.

17. En un test de inteligencia realizado a una muestra de 200 personas, se han obtenido los resultados siguientes:

PUNTUACIÓN	Nº de Personas
30-40	6
40-50	18
50-60	76
60-70	70
70-80	22
80-90	8

a) Dibuja un histograma para representar gráficamente los datos y haz también el polígono de frecuencias.

b) Calcula la media y la desviación típica.

18. Al medir el peso al nacer en una determinada especie de animales, hemos obtenido los datos siguientes:

Peso (Kg)	Nº Animales
3,5-4,5	1
4,5-5,5	8
5,5-6,5	28
6,5-7,5	26
7,5-8,5	16
8,5-9,5	1

a) Representa estos datos con el gráfico adecuado.

b) Calcula la media y la desviación típica.

c) ¿Qué porcentaje de animales pesó entre 5,5 kg y 6,5 kg? ¿Y entre 4,5 kg y 8,5 kg?

19. Contando el número de erratas por página en un libro concreto, David ha obtenido los datos siguientes:

a) Halla la media y la desviación típica

b) ¿Cuál es la moda?

c) Realiza el diagrama de sectores

Nº de erratas	Nº de páginas
0	50
1	40
2	16
3	9
4	3
5	2

**20. Calcula la media, la desviación típica y el coeficiente de variación en los siguientes ejercicios.**

**Ejercicio 1**

a) 200, 250

b) 175, 275

¿A qué crees que es debido la diferencia de resultados?

**Ejercicio 2**

a) 7, 5, 3, 2, 4, 5

b) 20, 25, 20, 22, 21

¿A qué crees que es debido la diferencia de resultados?

**21. Al observar las notas de un mismo examen en dos grupos de tercero de ESO, se comprueba que en una clase hay siete personas que han tenido un 1 y cinco que han tenido un 10, mientras que en otra hay sólo 2 personas que han sacado un 1 y tres que han tenido un 10. Sabemos, además, las medias y desviación típica en cada una de las clases, que son:**

	NOTA MEDIA	DESVIACIÓN TÍPICA
Tercero A	5,43	3,01
Tercero B	5,56	1,35

¿En qué clase hay mayor número de dieces, en Tercero A o en Tercero B?

**22. El servicio de urgencias de un centro de salud ha atendido en los últimos 20 días, en horario de 0:00 horas a 8:00 horas, las siguientes urgencias:**

**2, 3, 1, 0, 2, 4, 5, 4, 1, 2, 1, 0, 2, 1, 3, 4, 5, 4, 2 y 2**

- a) Construya la tabla de frecuencias de la distribución
- b) Determine moda, mediana y media aritmética de la distribución.
- c) Calcula la varianza, la desviación típica.

**23. La edad de los asistentes a dos congresos se distribuye según esta tabla:**

Edad	[28,34]	(34,40]	(40,46]	(46,52]	(52,58]	(58,64]
Congreso A	10	20	30	40	30	20
Congreso B	30	20	30	20	30	20

- a) Calcula la media de asistentes a cada uno de los congresos
- b) Calcula en cada caso la desviación típica.
- c) Comenta los resultados obtenidos en los apartados anteriores comparando la distribución de las edades de los asistentes a cada uno de los congresos.

**24. Dada la distribución estadística de la siguiente tabla:**

$X_i$	[0,5)	[5,10)	[10,15)	[15,20)	[20,25)	[25,30]
$n_i$	5	7	9	10	4	7

- a) Calcula la media, moda, y mediana
- b) Halla la varianza y la desviación típica

**25. Estas son las horas de estudio semanal de un grupo de alumnas y alumnos:**

14	9	9	20	18	12	14	6	14	8
15	10	18	20	2	7	18	8	12	10
20	16	18	15	24	10	12	25	24	17
10	4	8	20	10	12	16	5	4	13

- a) Reparte estos datos en los intervalos: 1,5-6,5; 6,5-11,5; 11,5-16,5; 16,5-21,5; 21,5-26,5 Haz la tabla de frecuencias y el histograma.
- b) Calcula la media y la desviación típica.

**26. Los gastos mensuales de una empresa A tienen una media de 60 000 € y una desviación típica de 7 500 €. En otra empresa más pequeña B, la media es 9 000 €, y la desviación típica, 1 500 €.**

Calcula, mediante el coeficiente de variación, cuál de las dos tiene más variación relativa.

**27. El número de palabras de cada una de las frases de un artículo de economía es:**

17 40 22 25 43	21 17 25 37 12
9 37 32 35 30	21 13 27 41 45
36 40 30 48 45	41 39 39 40 38
28 7 33 35 22	34 23

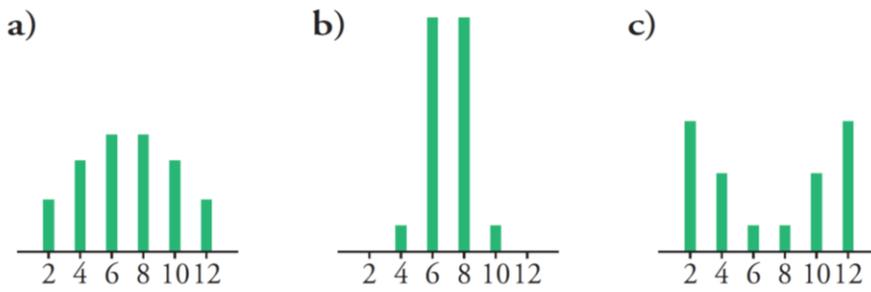
- a) Haz una tabla de frecuencias agrupando los datos en los intervalos:  
7 - 13, 14 - 20, 21 - 27, 28 - 34, 35 - 41, 42 - 48
- b) Representa estos datos en un histograma.
- c) Calcula su media y su desviación típica

**28. Se ha estudiado el grupo sanguíneo de 200 personas, así como el Rh. Algunos de los resultados vienen en la tabla siguiente, aunque nos la han dado incompleta:**

	A	B	AB	0	TOTALES
<b>RH+</b>	74		6	70	162
<b>RH-</b>		3	1		
<b>TOTALES</b>				86	200

- a) Una tabla de este tipo se llama tabla de contingencia. Complétala.
- b) ¿Qué porcentaje de la población estudiada tiene el grupo B con Rh+?
- c) ¿Cuál es el porcentaje de la población estudiada que tiene Rh-?
- d) Se llama donante universal al grupo que puede dar sangre a todos los demás; es el 0 con Rh-. ¿Qué porcentaje de donantes universales hay en la población estudiada?
- e) Dentro de los del Rh+, ¿qué porcentaje tienen el grupo sanguíneo A?
- f) Haz un diagrama de sectores para los distintos grupos sanguíneos.

29. Estas tres distribuciones tienen la misma media. ¿Cuál es?



Sus desviaciones típicas son 3,8; 1,3 y 2,9. Asocia a cada distribución uno de estos valores. (Hazlo observando las gráficas, sin hacer cuentas).

30. Se ha pasado una prueba de 25 preguntas a los 120 estudiantes de un centro escolar. Los resultados obtenidos se recogen en la tabla siguiente:

Nº de aciertos	Porcentaje
5	10
15	45
20	25
25	

- Calcula el número de alumnos que respondió correctamente a todas las preguntas.
- Halla la media de aciertos de la población.
- Calcula la desviación típica.

## 11. PRÁCTICAS DE INFORMÁTICA

### PRÁCTICA 1

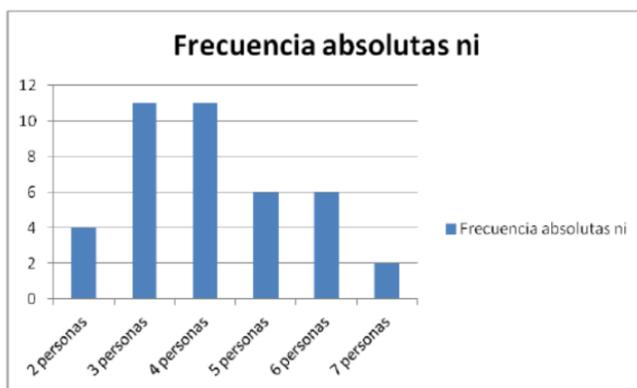
A la pregunta: ¿cuántas personas forman tu hogar familiar?, 40 personas respondieron esto:

4 5 3 6 3      5 4 6 3 2      2 4 6 3 5      3 4 5 3 6  
 4 5 7 4 6      2 3 4 4 3      4 4 5 3 2      6 3 7 4 3

a) Haz en una hoja de cálculo la tabla de frecuencias.

	A	B	C	D	E	F
8		Nº de personas en el Hogar familiar xi	Frecuencia absolutas ni	Frec. Abs. Ac Ni	(=) ni* xi	(=) ni * xi ^2
9	2	2 personas	4	4	8	16
10	3	3 personas	11	15	33	99
11	4	4 personas	11	26	=C11*A11	176
12	5	5 personas	6	32	30	150
13	6	6 personas	6	38	36	216
14	7	7 personas	2	40	14	98
15			40		165	755

b) Dibuja el diagrama de barras y el de sectores. (Ejemplo diagrama de barras)



c) Calcula con fórmulas escritas en una hoja de cálculo la media, la mediana, la moda, la desviación típica y coeficiente de variación.

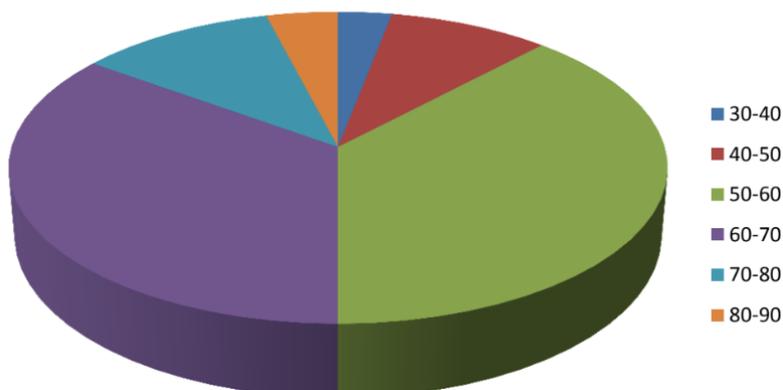
	E	F	G	H
16				
17				
18				
19				
20				
21		4,125 × media	mediana	moda
22		=E15/C15	4 personas	3 y 4 personas

## PRÁCTICA 2

En un test de inteligencia realizado a una muestra de 200 personas, se han obtenido los resultados siguientes:

a) Haz en una hoja de cálculo la tabla de frecuencias y el diagrama de sectores.

	A	B	C	D	E	F
1	Intervalos	Marca de clase	Frecuencias absolutas	frec. Abs. Ac	(=) xi * ni	(=)xi ^2* ni
2	30 - 40	35	6	6	210	7350
3	40 - 50	45	18	24	810	36450
4	50 - 60	55	76	=C4+D3	4180	229900
5	60 - 70	65	70	170	4550	295750
6	70 - 80	75	22	192	1650	123750
7	80 - 90	85	8	200	680	57800
8			200		12080	751000



b) Calcula la media y la desviación típica, utilizando fórmulas en la misma hoja de cálculo.

	F	G	H	I	J	K	L
12							
13							
14							
15		Media	Varianza	Desviación típica	I16	10,336 ×	
16		60,4	106,84	10,336	= RAIZ(H16)		
17							
18							
19							
20							
21							
22							



## **ÍNDICE**

- 1. ANÁLISIS Y EFECTOS DE LOS AGENTES GEOLÓGICOS EXTERNOS.**
  - 1.1 Agentes geológicos externos**
  - 1.2. Procesos geológicos externos**
- 2. ANÁLISIS Y EFECTOS DE LOS AGENTES GEOLÓGICOS INTERNOS.**
  - 2.1 Estructura de la Tierra. Capas de la Tierra**
  - 2.2 Agentes geológicos internos**
- 3. EL CICLO DE LAS ROCAS:**
- 4. FORMACIÓN DEL PAISAJE.**
- 5. MINERALES**
- 6. ROCAS.**
  - 6.1. Rocas magmáticas.**
  - 6.2. Rocas sedimentarias.**
  - 6.3. Rocas metamórficas.**
  - 6.4. Utilidad de las rocas:**
  - 6.5. Impactos de la explotación de rocas y minerales:**
- 7. LOS FÓSILES**

## 1. ANÁLISIS Y EFECTOS DE LOS AGENTES GEOLÓGICOS EXTERNOS

El conjunto de accidentes geográficos que podemos contemplar sobre la superficie terrestre, como las montañas, las laderas, los valles, las llanuras y las mesetas, constituyen el **relieve**. El relieve junto con la vegetación, forman el **paisaje**.

El paisaje experimenta cambios que van modificando el relieve de la superficie terrestre, debido a la alteración de las rocas por la acción de los agentes geológicos externos (el agua en sus diferentes estados, los seres vivos y los agentes atmosféricos). Estos cambios se producen con tanta lentitud que pasan casi inadvertidos ante nuestros ojos.

Los elementos causantes del modelado del relieve, se denominan **agentes geológicos**. El nombre de agentes externos se refiere al origen de la fuente que los activa, la energía del Sol, externa a la Tierra. La energía solar es la responsable de estos agentes al incidir los rayos solares con distinta inclinación (y por tanto con distinta intensidad) según la latitud, provocando un desequilibrio térmico.

### 1.1 Agentes geológicos externos

Los agentes geológicos externos pueden ser pasivos o activos:

**Pasivos:** producen la disgregación de la roca, pero no movilizan esos fragmentos.  
Son los agentes atmosféricos: temperatura, humedad, oxígeno, etc.

**Activos:** capaces de fragmentar una roca y movilizar los fragmentos. Son:

- ✓ Agua. Actúa de diversas maneras:
- ✓ Lluvia: desgasta el suelo y arranca pequeños fragmentos, que son Arrastrados.
- ✓ Aguas continentales superficiales que, en forma de torrentes, ríos, etc. Actúan con distinta intensidad.
- ✓ Hielo en las zonas glaciares y periglaciares.
- ✓ Aguas marinas, por la acción de las olas y las corrientes, es la abrasión.
- ✓ Aguas subterráneas procedentes del agua de lluvia que se filtra al interior.
  - ✓ Seres vivos. Normalmente la vegetación rompe las rocas con sus raíces y fija el suelo de las montañas, con lo que impide que sea arrastrado por las lluvias. Además, las actividades humanas modifican y cambian el paisaje.
- ✓ Viento. Arrastra pequeñas partículas que al golpear contra las rocas las desgasta.

### 1.2. Procesos geológicos externos

- 1) La **meteorización** es el conjunto de modificaciones que experimentan las rocas por efecto de los gases que contiene el aire atmosférico y de las variaciones de temperatura. Se distinguen dos tipos de meteorización:

**Meteorización física:** rompe la roca en fragmentos más pequeños sin alterar los minerales que la forman. Es característica de climas fríos, desérticos y de zonas costeras. Se puede producir por varios procesos:

*Dilatación-contracción* de la roca, por la acción en cuña del agua al congelarse en las hendiduras. Este fenómeno se conoce como gelifracción.

*Acción de los seres vivos*, como las raíces y los animales, que perforan la tierra (lombrices, hormigas o topos) y, especialmente, la actividad humana.

**Meteorización química:** disgrega la roca provocando cambios en los minerales que la constituyen, debido a las reacciones químicas entre los gases atmosféricos y los minerales de la roca. Es característica del clima ecuatorial y templado húmedo. Los principales procesos químicos son, entre otros:

*Carbonatación* o acción del CO<sub>2</sub> atmosférico con el carbonato de calcio (CaCO<sub>3</sub>) en las rocas calcáreas.

*Oxidación* o acción del O<sub>2</sub> atmosférico disuelto en el agua sobre las rocas, como ocurre en aquellas que tienen un alto contenido en hierro.

- 2) **Erosión:** desgaste y rotura de las rocas superficiales por la acción de los agentes geológicos externos. El viento y el agua, en todas sus formas, **erosionan** la morfología del paisaje.
- 3) **Transporte:** proceso mediante el que los fragmentos erosionados se transportan hacia zonas más bajas. Lo puede realizar el mismo agente que erosionó u otro distinto. Por la naturaleza de los agentes responsables, el transporte siempre lleva consigo erosión.
- 4) **Sedimentación:** depósito de los fragmentos y de los productos resultantes de su alteración en zonas bajas de los continentes y, sobre todo, en los océanos. Los depósitos acumulados dan lugar a sedimentos, dispuestos en capas generalmente horizontales, denominadas estratos. Después de millones de años los estratos darán lugar a las rocas sedimentarias mediante un proceso conocido como *litificación o diagénesis*.

## **2. ANÁLISIS Y EFECTOS DE LOS AGENTES GEOLÓGICOS INTERNOS:**

### **2.1 Estructura de la Tierra. Capas de la Tierra**

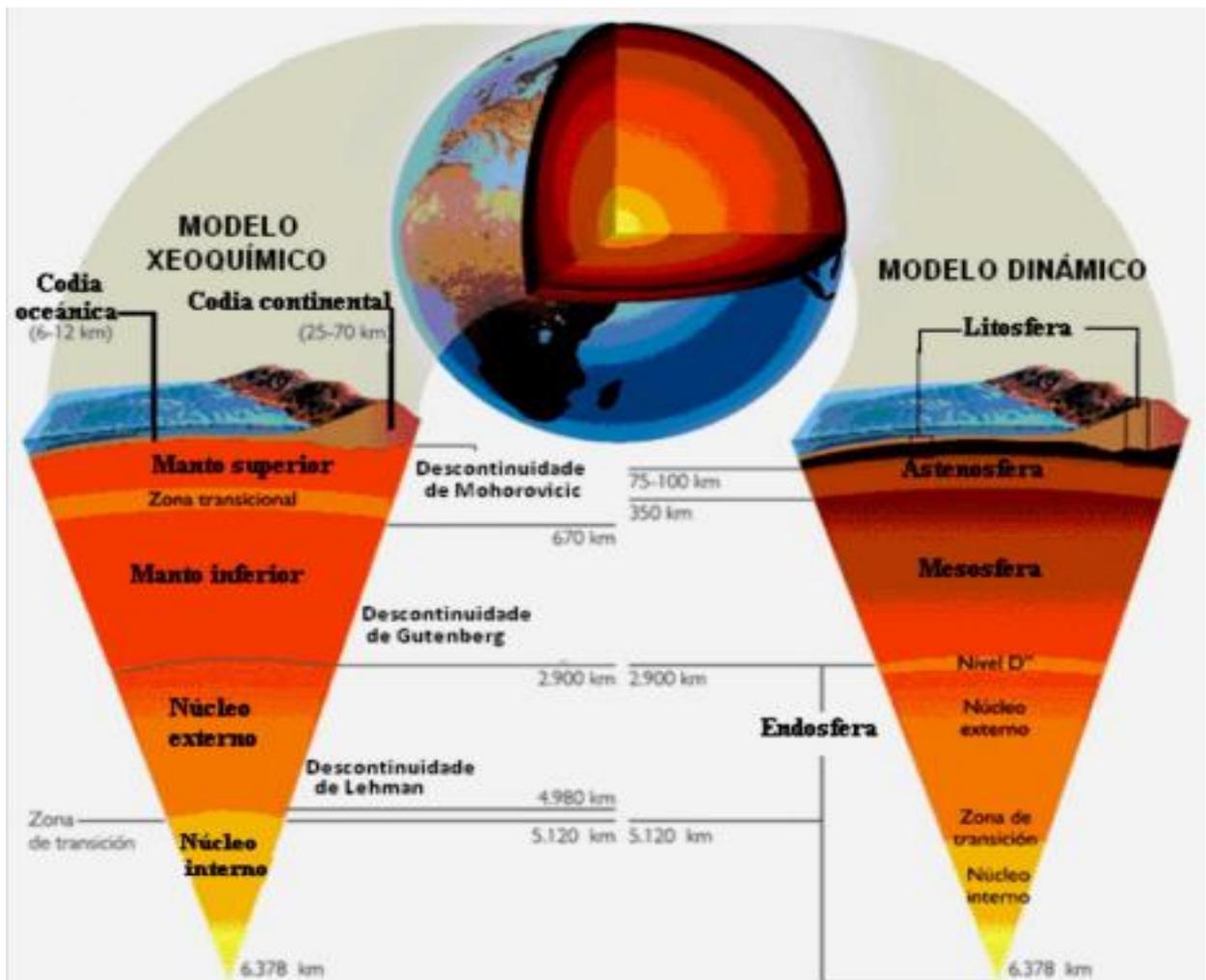
Las capas que forman la Tierra se pueden clasificar atendiendo a dos criterios:

**Unidades geoquímicas:** el criterio es la composición química de los materiales. Esta clasificación surgió de estudios de propagación de ondas sísmicas. Incluye tres capas:

**Corteza:** la capa más externa y delgada de la Tierra. En ella se distingue una corteza continental, que forma los continentes y las zonas poco profundas del océano (placas continentales); y una corteza oceánica, más moderna que la otra.

**Manto:** Presenta dos discontinuidades secundarias, que lo dividen, por su diferencia de su densidad, en manto superior y manto inferior.

**Núcleo:** en él se diferencian dos subcapas: el núcleo externo fluido, con hierro, níquel, azufre, silicio y oxígeno; y el núcleo interno sólido, con una aleación de hierro y níquel.



**Unidades dinámicas:** el criterio es el comportamiento mecánico (rígido o plástico) de cada zona. Son la litosfera, la astenosfera, la mesosfera y la endosfera.

La parte sólida más externa de la tierra se llama **litosfera**. La litosfera no es continua, sino que está dividida en **placas** que encajan entre ellas como las piezas de un rompecabezas y flotan sobre una capa de manto, más densa y parcialmente fundida, llamada **astenosfera**.

- Las placas pueden ser de tres tipos: Oceánicas, Continentales y Mixtas.
- Las placas se mueven debido al calor interno de la Tierra, y ese movimiento es el responsable del desplazamiento de los continentes.
- Las placas, al moverse, pueden separarse, chocar entre ellas o desplazarse rozándose.
- Cuando las placas se separan, se produce un ascenso de materiales del interior de la Tierra, que provocan erupciones volcánicas y, con eso, la formación de grandes elevaciones submarinas llamadas dorsales oceánicas.
- Cuando dos placas chocan entre ellas y una se desliza debajo de la otra, se originan fuertes terremotos y volcanes y se forman cordilleras.
- Cuando una placa se desliza sobre otra, se originan grandes terremotos.

## 2.2 Agentes geológicos internos

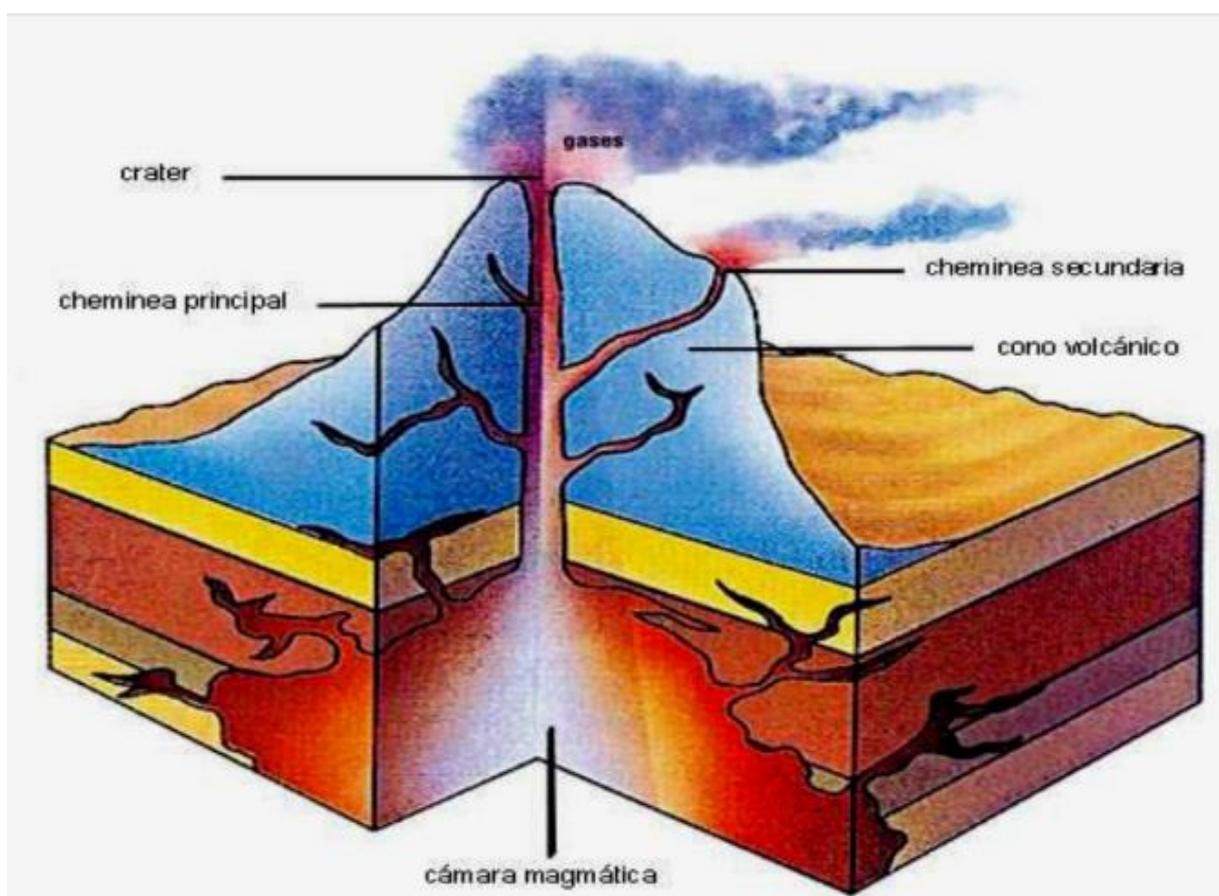
Los agentes geológicos internos son las fuerzas internas del planeta que originan la deformación de la corteza terrestre. Los más importantes son:

**VOLCANES.** Hendiduras en la corteza terrestre que alcanzan zonas profundas, por las que se expulsan al exterior el **magma**: una mezcla de materiales fundidos con cantidades variables de agua, gases y pequeños fragmentos sólidos de roca.

El magma puede ascender y situarse en zonas próximas a la superficie formando una **cámara magmática**. Si consigue llegar al exterior a través de una grieta llamada **chimenea**, se origina un **volcán** y tiene lugar una erupción volcánica.

En muchos casos, a medida que el magma fluye al exterior, se va depositando y genera una elevación que recibe el nombre de **cono volcánico**. El orificio por donde el magma emerge al exterior se llama **cráter**.

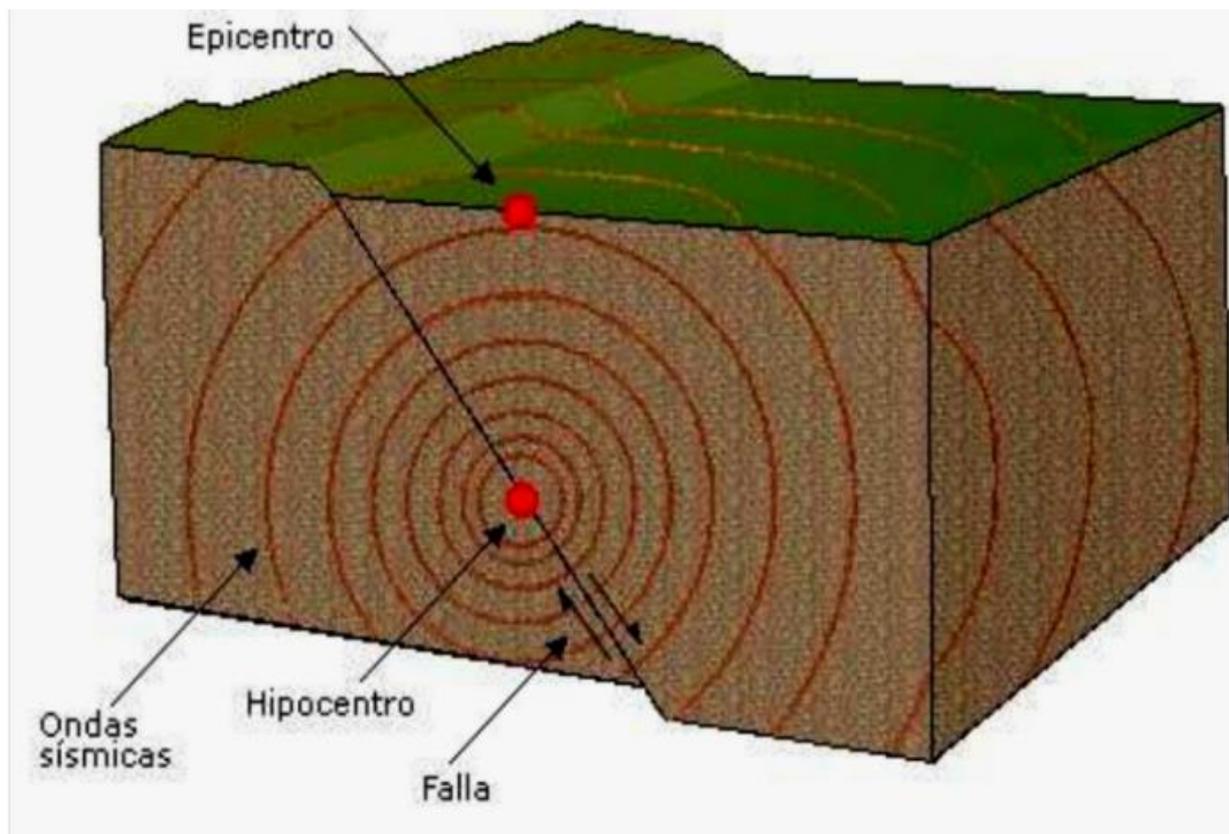
Hay fenómenos asociados al vulcanismo, tales como géiseres, fumarolas y fuentes termales



**TERREMOTOS O SEISMOS:** son movimientos bruscos de las capas superficiales de la Tierra, producidos por la fractura y el desplazamiento de grandes masas rocosas del interior de la corteza. Estos movimientos liberan gran cantidad de energía de forma repentina, violenta y, en algunas ocasiones, destructiva. Se llama **hipocentro** a la zona interior de la Tierra donde se origina el terremoto. Desde el hipocentro la energía se transmite en todas las direcciones en forma de ondas sísmicas de modo similar a las que se forman al echar una piedra en un estanque.

La vertical del hipocentro en la superficie se denomina **epicentro**. En el epicentro es donde el efecto del terremoto es más intenso

OTROS FENÓMENOS asociados a la tectónica de placas, como la formación de las cordilleras y de las fosas marinas.

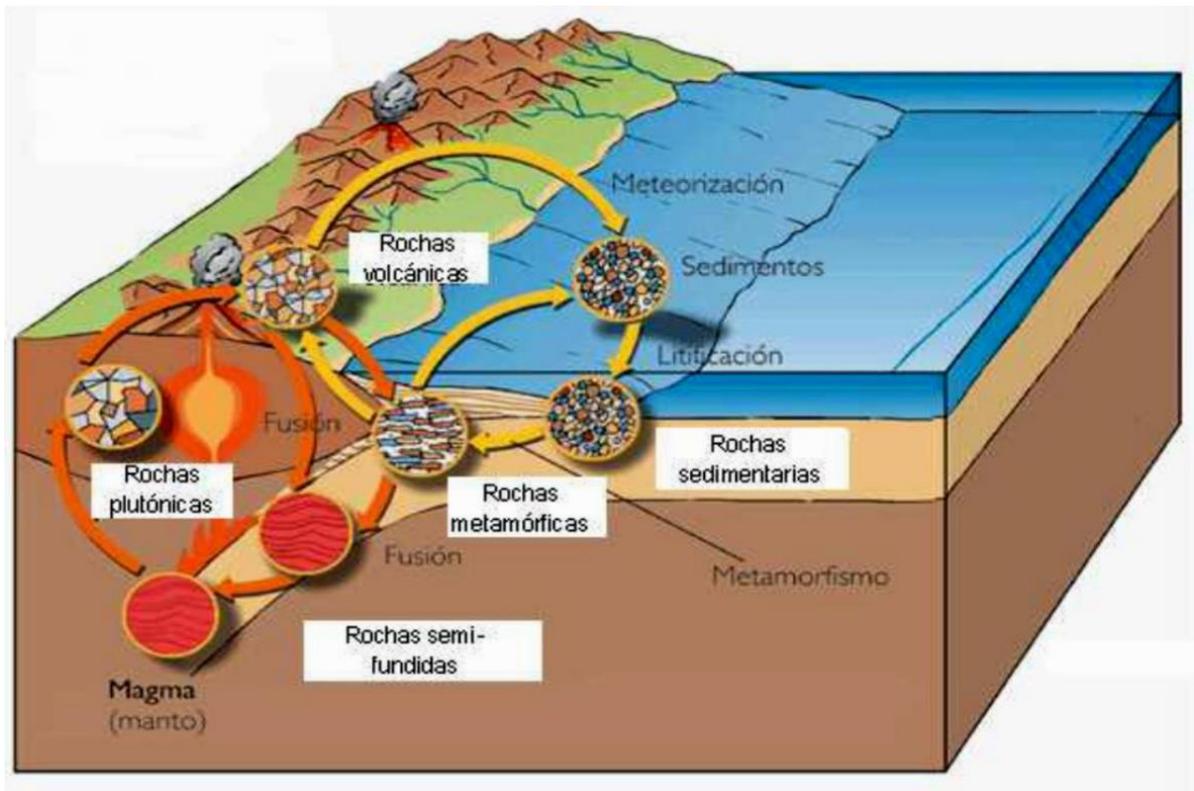


### 3. EL CICLO DE LAS ROCAS:

La Tierra es un planeta dinámico, con sus elementos en constante movimiento y transformación. El relieve actual de la Tierra es el resultado de la combinación de las fuerzas internas, que lo crean, y de las externas, que lo destruyen y modelan. Del mismo modo, las rocas cambian con el paso del tiempo, siguiendo una evolución conocida como ciclo de las rocas.

El origen del ciclo son los procesos geológicos externos e internos. Los procesos externos actúan sobre las rocas de la superficie terrestre mediante meteorización, erosión, transporte y sedimentación, originando sedimentos, que también contienen restos de seres vivos. Con el tiempo, y debido a la dinámica de la litosfera, los diversos tipos de rocas terminan en la superficie terrestre, donde se someten a los procesos externos, con lo que comienza un nuevo ciclo.

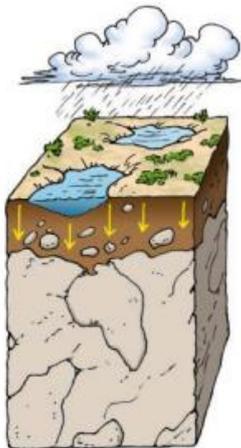
1. Las rocas sedimentarias se forman en las zonas más superficiales de la Tierra debidas a la acción de los agentes geológicos externos. (arcilla, yeso, calcáreas)
2. Las rocas magmáticas se generan a partir de la solidificación del magma.
3. Las rocas metamórficas se generan en el interior de la Tierra por la transformación de otras rocas sometidas a altas presiones y temperaturas.(pizarra, mármol)



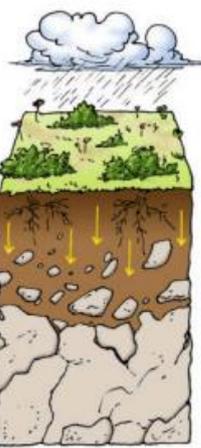
#### 4. FORMACIÓN DEL PAISAJE.

Los paisajes están en transformación constante. Su aspecto cambia con el paso del tiempo y da lugar a nuevos paisajes con características distintas.

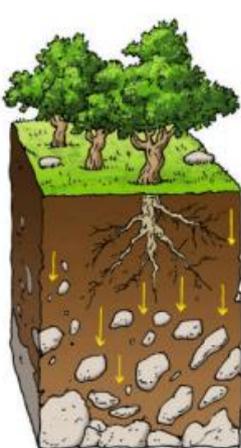
El proceso de formación del paisaje comienza cuando la erosión del agua y el aire fragmentan la roca y crean el suelo. Los seres vivos se descomponen al morir y forman una sustancia muy fértil llamada humus.



**Suelo primitivo.** La erosión fragmenta la roca. En la superficie se deposita agua y se asientan seres vivos.



**Suelo joven.** Con el tiempo, la roca se reduce y el agua, el aire y los seres vivos permiten que crezcan plantas más grandes.



**Suelo maduro.** Al cabo de miles de años el suelo se enriquece con humus y vegetación.

#### ¿Cómo se forma una montaña?

La corteza terrestre está formada por placas de roca que se encuentran en movimiento constante. Al desplazarse, las placas chocan entre sí. Según su dureza y resistencia, algunas rocas se rompen y otras se pliegan.

- Algunas montañas se forman por el pliegue de las rocas al ser empujadas.
- Otras se forman al chocar dos bloques de roca y provocar una fractura, llamada falla.

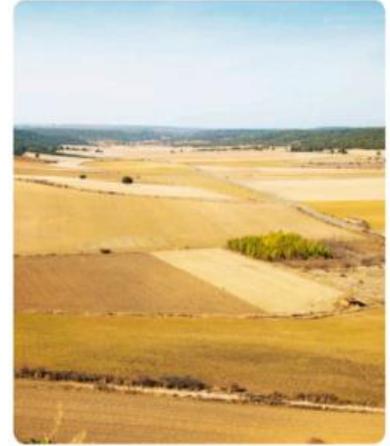
Cuando surgen, las montañas tienen un aspecto escarpado, pero durante millones de años son sometidas a los efectos de la erosión, que moldea su forma hasta hacerla más redondeada. Finalmente, una montaña muy erosionada se convierte en una meseta de forma plana.



Montaña joven.



Montaña antigua, más erosionada.



Meseta, allanada por la erosión.

## 5. MINERALES

Un mineral es una sustancia que cumple 5 características:

- **Sólidos:** ningún líquido ni gas puede ser un mineral.
- **Natural:** los minerales se forman en la naturaleza. Ninguna sustancia fabricada por el ser humano (como el vidrio de las ventanas, la porcelana o el plástico) puede ser un mineral.
- **Origen inorgánico:** los minerales no proceden de seres vivos. Los caparzones o conchas no son minerales.
- **Composición química homogénea:** están formados por una sola sustancia.
- **Estructura atómica ordenada** de acuerdo a una red cristalina.

Las principales propiedades de los minerales, que nos permiten distinguir unos minerales de otros son:

- **Color: tipo de luz que refleja el mineral cuando se ilumina con luz blanca.** Hay minerales que tienen un color característico como el azufre que es amarillo, la malaquita verde, el cinabrio rojo o la magnetita negra; pero la mayoría pueden tener diversos colores como el cuarzo que puede ser blanco, gris, violeta, o transparente.
- **Brillo: aspecto que ofrece la superficie de un mineral al reflejar la luz.** Un mineral se dice que es metálico si brilla como los metales, vítreo si lo hace como el vidrio, sedoso si brilla como la seda, o mate si no tiene brillo.
- **Dureza: resistencia que ofrece un mineral cuando lo rayamos.** Se aplica la ESCALA DE MOHS, formada por 10 minerales ordenados por dureza. Cada mineral puede rayar a todos los que tienen un número menor o igual que él, y puede ser rayado por los que tienen número mayor o igual que el suyo. El 1 es el más blando (talco) y el 10 el más duro (diamante). Los minerales de dureza 1 y 2 se consideran muy blandos, entre 3 y 5 blandos, entre 6 y 7 duros, y entre el 8 y el 10 muy duros.
- **Tenacidad: resistencia que ofrece un mineral a romperse.** Si se rompe fácilmente es frágil y sino tenaz. NO ES LO MISMO DURO QUE TENAZ. Un mineral puede ser duro si se raya con dificultad, y frágil si se rompe fácilmente.
- **Exfoliación y fractura:** si al golpear un mineral se rompe de manera irregular se produce una fractura, si se rompe de manera regular en forma de planos, fibras o figuras poliédricas es una exfoliación.



Tipos de minerales: Existen gran diversidad de minerales, con características y composición muy diferentes. Para clasificarlos en función de su utilidad pueden establecerse 3 grandes grupos:

- **Minerales metálicos:** ejemplos: magnetita, cinabrio, pirita. De estos minerales extraemos metales usados a diario como el hierro, cobre o aluminio. Suelen encontrarse en pequeñas proporciones en las rocas, pero a veces se concentran en mayor cantidad en determinados lugares conocidos como yacimientos. Siempre que la extracción de un mineral es rentable, se considera una mena, y los demás minerales del yacimiento forman la ganga.
- **Minerales industriales:** ejemplos: cuarzo, feldespato, calcita. Son los minerales más abundantes de la Tierra y se usan tal como se encuentran en la naturaleza o con pequeñas transformaciones. Las rocas más abundantes en la corteza terrestre como el granito, el basalto o la caliza están formadas en su mayoría por estos minerales.
- **Piedras preciosas:** ejemplos: diamante, esmeralda o rubí. Son minerales usados en joyería. Son muy escasos, duros, de brillo intenso y gran belleza.

## 6. ROCAS.

Se considera **roca** a todo conglomerado o asociación natural de minerales reunidos bajo las condiciones de un mismo proceso físicoquímico.

En algunos casos una roca puede estar formada por un solo mineral (yeso, roca caliza), pero es poco habitual.

Existen numerosos tipos de roca, y sus características dependen del tipo de materiales que la componen, sus cantidades relativas y la manera en que se reunieron para dar forma a un cuerpo sólido unificado. De estas propiedades dependerá también el aprovechamiento futuro de la roca por el ser humano.

Dentro de una roca pueden encontrarse dos tipos de minerales:



Macizo de granito en la sierra de Gredos, Ávila.

■ **Esenciales:** son los que constituyen la naturaleza de la roca y le dan sus características.

Por ejemplo, el cuarzo, la mica y el feldespato en el granito. La carencia de uno de ellos tendría como resultado una roca distinta.

■ **Accesorios:** se trata de inserciones o impurezas minerales dentro de la combinación típica de una roca determinada. No varían las características básicas de la roca.

Algunas **propiedades** de las rocas son:

• **Composición:** algunas rocas están formadas por un solo mineral, como la caliza que está formada por calcita. Sin embargo, la mayoría de ellas están formadas por varios minerales como el granito.

• **Origen:** nos permite distinguir entre rocas de origen volcánicas, sedimentarias y metamórficas.

• **Textura:** está determinada por la forma, tamaño y distribución de los granos que la forman, que pueden observarse a simple vista como en el granito, o ser tan pequeños que se necesite una lupa como en la arcilla.

• **Otras características:** como la laminación (si las rocas están dispuestas en laminas) como la pizarra, o que tengan fósiles como ocurre con las rocas sedimentarias.

Tipos de rocas: dependiendo del proceso que las forme, las rocas se **clasifican** en:

### 6.1 Rocas magmáticas.

Están formadas por el enfriamiento del magma de los volcanes. Son las más abundantes en Canarias por el origen volcánico de estas Islas. Pueden ser:

a) Plutónicas: se forman por el enfriamiento lento del magma dentro de la Tierra. Están formadas por cristales que se ven a simple vista. Un ejemplo es el granito, formado por los minerales cuarzo, ortosa, plagioclasa y biotita.

b) Volcánicas: se forman cuando el magma se enfría rápidamente en la superficie Terrestre, no pueden

distinguirse cristales a simple vista. Algunos ejemplos son el basalto, la piedra pómez o la obsidiana.

### 6.2. Rocas sedimentarias.

Están formadas por la acumulación y compactación de sedimentos (arcilla, arena o piedras). De mayor a menor tamaño de grano encontramos conglomerados, arenisca y arcilla. Otros ejemplos de rocas sedimentarias son la caliza, que desprende burbujas si se les añade ácido, el petróleo o el

#### Rocas plutónicas



Granito

#### Rocas volcánicas



Basalto

Piedra pómez

Obsidiana

#### Rocas sedimentarias



Conglomerado

Arcilla

Arenisca

carbón. Las rocas sedimentarias pueden tener fósiles, que son restos de organismos del pasado que ha quedado conservados.

La sedimentación y el depósito de los materiales erosionados constituye un aspecto particular de la dinámica terrestre. A diferencia de otros fenómenos violentos y espectaculares, el proceso de formación de las rocas sedimentarias es una curiosa excepción, que muestra el lado calmo y paciente de la naturaleza.

Los procesos de sedimentación tienen lugar en la superficie terrestre o en regiones próximas a la misma denominadas **cuencas de sedimentación**. Generalmente se trata de zonas bajas en las que se concentran los materiales procedentes de la erosión, como lechos de ríos y fondos marinos. Se trata de un mecanismo de formación de rocas lento y constante, a diferencia de las transformaciones violentas y relativamente rápidas que caracterizan las de rocas ígneas o metamórficas

Existen tres tipos básicos de rocas sedimentarias, que a su vez se subdividen en otras categorías menores:

#### **Rocas detríticas:**

Se forman por acumulación de materiales y se dividen en:

■ **Conglomerados:** formadas por fragmentos grandes. Pueden ser **pudingas** (grano redondeado), o **brechas** (grano anguloso).

■ **Areniscas:** fragmentos medianos o pequeños. Según el mineral principal que las forma pueden ser **ortocuarcitas** (silíceas), **grauvacas** (litílicas) o **arcosas** (feldespáticas).

■ **Arcillas o lutitas:** formadas por un grano muy fino, son las más abundantes. Pueden ser **limolitas** (grano visible al microscopio óptico) o **arcillitas** (grano visible al microscopio electrónico).

#### **Rocas químicas y bioquímicas:**

Se forman por acumulación y reacciones químicas de iones disueltos en agua. Si intervienen seres vivos en la formación de la roca, se habla entonces de actividad bioquímica.

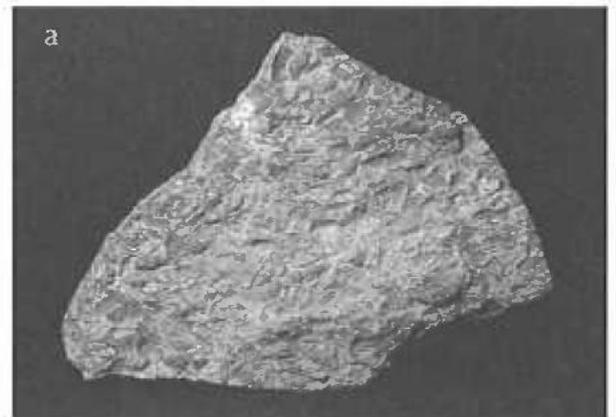
Existen dos tipos de rocas químicas:

■ **Carbonatadas:** presentan carbonatos en su composición. Son típicas de este grupo las **calizas** y las **dolomías**.

■ **Evaporíticas o evaporitas:** se forman por acumulación de sales en el fondo de lagos y mares en zonas de intensa evaporación. La **calcita** y el **yeso** son ejemplos de este tipo de rocas.

#### **Rocas orgánicas:**

■ Formadas por acumulación de materia orgánica diversa, como restos de animales y plantas. Se distinguen dos tipos básicos de rocas orgánicas: **carbones naturales** y **petróleo**, ambos utilizados industrialmente como **combustibles**.



Ejemplos de rocas carbonatadas: a) caliza formada por acumulación de moluscos y corales, y b) caliza formada por acumulación de microorganismos.

### Rocas metamórficas



### 6.3 Rocas metamórficas.

Están formadas cuando rocas de otro tipo se someten a altas presiones y temperaturas en el interior de la corteza terrestre. Algunas rocas están formadas por láminas paralelas entre sí, lo que recibe el nombre de foliación. Algunos ejemplos de rocas metamórficas son el mármol, la pizarra, el esquisto y el gneis.

Las nuevas rocas resultantes de la transformación poseen una serie de características particulares:

- **Estructura cristalina**, formada por cristales interconectados entre sí y que suelen mostrar una orientación bien definida.
- **Localización profunda**, ya que estas rocas suelen formarse en capas internas de la litosfera. Sólo aparecen en la superficie en zonas muy antiguas y erosionadas.
- Agrupamiento en **grandes masas** rocosas.

### Clasificación de las rocas metamórficas

Existen varios criterios para clasificar las rocas metamórficas, tales como su **composición química** o **mineralógica**, su **localización** o su **edad**, aunque el sistema más utilizado en geología es el de la **textura**.

En el caso de las rocas metamórficas, el término textura se refiere a la orientación de los granos, no al tamaño, y permite distinguir dos grandes grupos:

- **Rocas con foliación**: los minerales se disponen en capas paralelas. Dentro de este tipo de rocas se distinguen, de mayor a menor grado de metamorfismo, pizarras, filitas, esquistos y neis.
- **Rocas sin foliación**: tienen estructura granular. Los tipos principales son cuarcitas, mármoles y anfibolita.

## 6.4 Utilidad de las rocas:

A las rocas se les puede dar diversos usos:

- **Materiales de construcción:** se conocen como áridos. Rocas como el granito, la caliza, la arcilla o la pizarra se usan para hacer carreteras o fabricar materiales como el cemento, yeso, escayola o cerámica. Para reducir su consumo cada vez se reutilizan más los residuos de anteriores construcciones.
- **Usos ornamentales:** rocas como el mármol, la caliza o el granito se usan para hacer esculturas, encimeras, mobiliario urbano... ya que sus propiedades permiten cortarlas y pulirlas para darles más brillo y belleza.
- **Combustibles fósiles:** el carbón y el petróleo son rocas que se han formado a partir de restos de organismos que vivieron hace millones de años. El carbón se utiliza especialmente para obtener energía eléctrica, y el petróleo para obtener combustibles (el petróleo es un líquido aceitoso de color oscuro, pero se considera como roca).
- **Industria química:** para fabricar plásticos, pinturas, fertilizantes, fibras sintéticas... procedentes del petróleo.

## 6.5. Impactos de la explotación de rocas y minerales:

Para extraer minerales o rocas se excavan minas, que en función de sus características pueden ser:

- **Minas a cielo abierto:** minas en las que el mineral o roca se encuentran en la superficie o a poca profundidad.
- **Minas subterráneas:** se excavan si el yacimiento de minerales o rocas se encuentra a gran profundidad. Tiene una red de túneles llamados pozos y galerías. Se utilizan para extraer minerales metálicos y rocas como el carbón.

La excavación de minas para extraer minerales y rocas obliga a remover gran cantidad de tierra, modificando el medio. Esto puede afectar a la vegetación, fauna, suelo y aire. Además provoca gran impacto visual y ruidos. Por esta razón para autorizar una mina, se necesita un **estudio de impacto ambiental**, que es un estudio que se hace antes de construirla para identificar los posibles impactos negativos que tendría su explotación y proponer acciones para reducir estos efectos negativos. Al terminar de explotarse una mina, debe restaurarse para que los terrenos puedan tener un nuevo uso.

Además, la explotación de algunos minerales y rocas genera desigualdades entre países del mundo e incluso guerras. Para extraer algunos minerales como ocurre con los conocidos como minerales de la muerte o minerales de sangre (oro, estaño, wolframio y tantalio) existe explotación laboral infantil en las minas, mafias que controlan su extracción y suministro a las grandes compañías, financiación de guerras y armas...

## 7. LOS FÓSILES.

[https://youtu.be/ZlglbEw7\\_1s](https://youtu.be/ZlglbEw7_1s)

Los fósiles son los restos de seres vivos, o de su actividad, que se han conservado en las rocas sedimentarias como consecuencia de un proceso de **fosilización**.



Es difícil que se conserven los seres vivos pero, cuando lo hacen, fosilizan las partes más duras y menos alterables, como huesos, caparazones,

conchas, dientes, troncos, etc. Muchas veces ya no quedan ni estos restos y sólo se encuentra el hueco que ha sido rellenado por otro mineral y únicamente queda el molde, como ocurre frecuentemente con las conchas.

En ocasiones, si se dan las condiciones adecuadas, se pueden fosilizar animales o vegetales completos que pueden evitar la putrefacción, permaneciendo en asfalto o resina, o haber muerto por congelación. Así, se pueden encontrar insectos y arácnidos conservados en ámbar (recuerda la película Parque Jurásico), rinocerontes en asfalto, mamuts congelados en Siberia o troncos conservados bajo una capa de cenizas volcánicas.

Hay distintos **tipos de fósiles**:

- **Fósiles corporales.**
  - Partes duras (conchas, dientes, ...) parcial o totalmente mineralizadas.
  - Partes blandas. Por ejemplo los *mamuts* congelados de Siberia o los insectos conservados en ámbar.
- **Fósiles químicos.** Sustancias químicas fósiles producidas por la actividad fisiológica de los seres vivos.
- **Moldes y huellas.** Pueden ser impresiones marcadas en las rocas por organismos de cuerpo blando como gusanos o medusas, huellas de pisadas dejadas al desplazarse, galerías excavadas en la tierra.
- **Otros tipos de fósiles.** Otros restos que pueden llegar hasta nuestros días son los huevos fósiles que, incluso pueden aparecer los nidos completos, o las heces fosilizadas (*coprolitos*).



### **La fosilización**

- Cuando muere un ser vivo, los hongos y bacterias lo descomponen rápidamente, pero si quedan cubiertos por un material que los aísla del contacto con la atmósfera, pueden fosilizar.
- Los restos de un organismo que acaba de morir o las huellas de su actividad pueden ser cubiertos rápidamente por sedimentos. Si las condiciones son adecuadas, se produce una mineralización de los restos orgánicos en las que se intercambian los componentes del organismo por otros minerales como sílice o carbonatos. La fosilización dura millones de años.

## EJERCICIOS

### PROCESOS GEOLÓGICOS. FORMACIÓN DEL RELIEVE Y EL PAISAJE.

1.- Define qué es un agente geológico.

2.- ¿Qué diferencias existen entre los agentes geológicos externos y los agentes geológicos internos?

3. Relaciona en tu cuaderno cada tipo de agente geológico y su categoría:

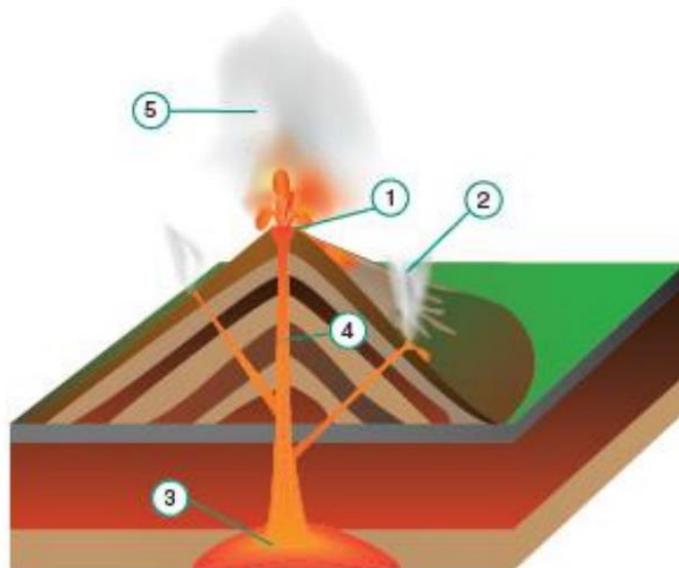
Categoría

- I. Internos activo
- II. Interno pasivo
- III. Externos

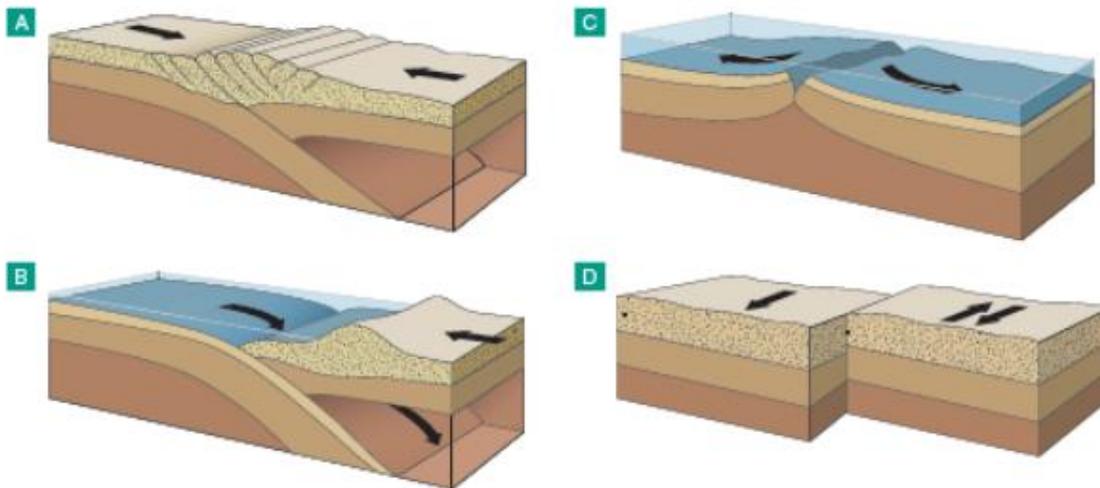
Agente geológico

Viento, Agua, Acción de los seres vivos, Agentes atmosféricos, Terremotos, Volcanes, Movimiento de placas

4. Copia y completa la siguiente imagen con las partes que componen un volcán:



5. Indica a qué tipo de borde de placa litosférica corresponden cada una de las siguientes imágenes y qué ocurre en ellas



6.- Enumera y define los procesos geológicos externos.

7. Enumera y define los tipos de meteorización

8.- Responde verdadero o falso según corresponda justificando tu respuesta:

- a) La meteorización es el desgaste arranque y movilización de los materiales por la acción del viento y agua, en todas sus formas.
- b) Se entiende por erosión a la alteración y pérdida de cohesión de los minerales de las rocas como resultado de la acción de la atmósfera sobre ellas.
- c) El transporte consiste en el traslado de los materiales erosionados, de un lugar a otro, por un agente geológico.
- d) La sedimentación es el depósito de los materiales transportados por los agentes geológicos, al cesar su capacidad de transporte.

9. A continuación se muestran una serie de imágenes sobre procesos geológicos externos, investiga e interpreta cada uno de ellos. ¿A qué proceso corresponde cada imagen? ¿Por qué?



**10. ¿Qué se entiende por acción geológica del viento?**

**11. ¿En qué consiste la acción geológica del agua**

**12. Relaciona en tu cuaderno cada proceso geológico con su definición:**

I. Meteorización física:

II. Meteorización química:

III. Meteorización biológica:

IV. Erosión:

V. Transporte:

VI. Sedimentación:

a) Es el desgaste y rotura de las rocas superficiales por la acción de los agentes geológicos externos.

b) Rompe la roca en fragmentos más pequeños sin alterar los minerales que la forman.

c) Es el depósito de los materiales transportados por los agentes geológicos, al cesar su capacidad de transporte.

d) Es el traslado de los materiales erosionados, de un lugar a otro, por un agente geológico.

e) Provocada por la acción de los seres vivos, como las raíces y los animales, que perforan la tierra (lombrices, hormigas o topes) y, especialmente, la actividad humana.

f) Disgrega la roca provocando cambios en los minerales que la constituyen, debido a las reacciones químicas entre los gases atmosféricos y los minerales de la roca.

**13.- Relaciona las tres columnas y ordénalas para resumir los procesos de meteorización:**

<b>Tipo de Meteorización</b>	<b>Producida por</b>	<b>Ejemplo</b>
Mecánica	Los seres vivos	Oxidación de los minerales
Química	Reacciones químicas	Rotura de rocas por el hielo
Biológica	Esfuerzos mecánicos	Raíces de los árboles

**14.-¿Qué tipo de factor de transformación del relieve es un terremoto? ¿Y el viento?**

**15.-¿Qué aportan los seres vivos al suelo cuando mueren? ¿Qué importancia tiene esta sustancia?**

## MINERALES, ROCAS Y FÓSILES

16.- Observa los objetos que aparecen debajo y contesta:

- ¿Cuáles son minerales?
- ¿Cuáles no lo son?
- Señala las características que no cumplen esos objetos



17.- Une con flechas cada propiedad con su definición

Dureza	-Forma en que el mineral refleja la luz
Brillo	-Tipo de luz que refleja cuando es iluminado
Color	-Resistencia que ofrece cuando lo rayamos
Exfoliación	-Propiedad para fracturarse en trozos
Tenacidad	-Resistencia que ofrece un mineral a romperse

**18.- Pon una X en función de si puedes rayar los minerales con uña, moneda de 5 cts, vidrio o si rayan al vidrio.**

	Topacio	Talco	Diamante	Cuarzo	Calcita	Yeso	Ortosa
Se rayan con la uña							
Se rayan con una navaja							
Se rayan con un vidrio							
Rayan al vidrio							

**19.- ¿Puede un mineral considerarse mena en un yacimiento y ganga en otro? ¿Por qué?**

**20.- Clasifica las rocas: pizarra, basalto, granito, petróleo, carbón, mármol, piedra pómez.**

- Rocas magmáticas:
- Rocas sedimentarias:
- Rocas metamórficas:

**21.- Di dos diferencias de las rocas plutónicas y volcánicas:**

**22.- Clasifica teniendo en cuenta las descripciones en rocas plutónicas, volcánicas, metamórficas o sedimentarias:**

- Roca con distintos cristales visibles a simple vista
- Roca con múltiples poros (agujeros) y poco peso
- Roca con fósil distinguible a simple vista
- Roca con bandas de distintos colores observables a simple vista
- Roca con fragmentos de distintas rocas



**23.- En vista de la imagen responde:**

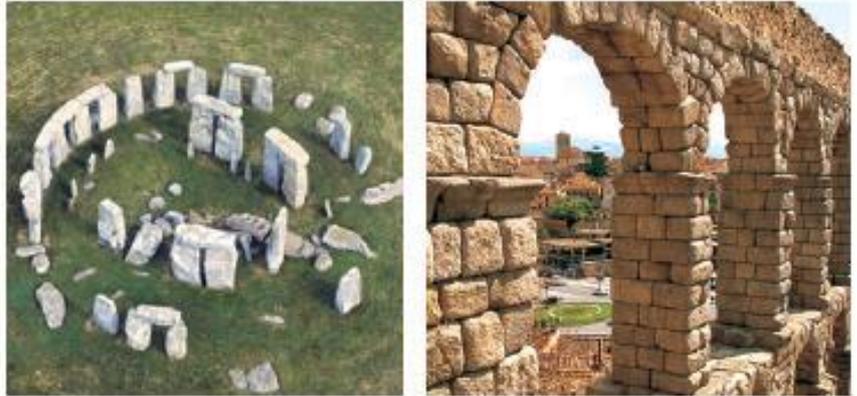
- ¿A qué grupo pertenece la roca que tiene este fósil?
- Le añadimos a la roca unas gotas de ácido clorhídrico y la roca echa unas burbujas ¿de qué roca se Trata?

**24.- Escribe un uso que se le pueda dar a cada una de las siguientes rocas y di de qué tipo son:**

- |              |               |
|--------------|---------------|
| a) Carbón:   | Tipo de roca: |
| b) Petróleo: | Tipo de roca: |
| c) Pizarra:  | Tipo de roca: |
| d) Mármol:   | Tipo de roca: |

**25.- Lee el siguiente texto y responde a las preguntas:**

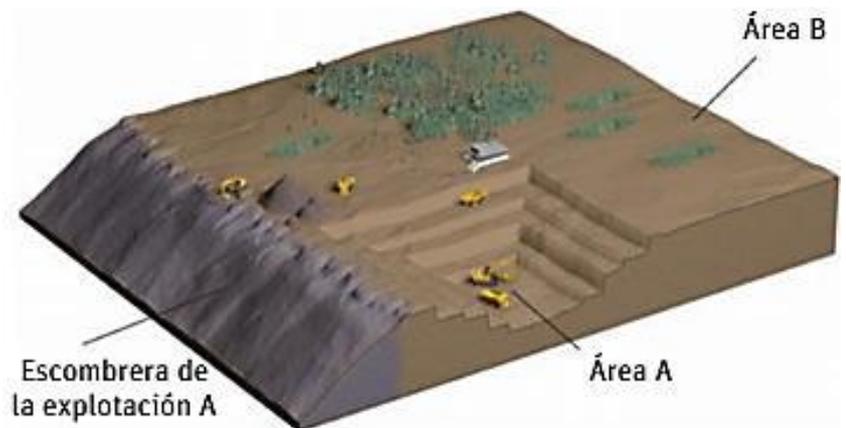
“Stonehenge es una construcción de la Edad del Bronce, con carácter ritual. El acueducto de Segovia es una construcción romana de principios del siglo II d.C que se usaba para transportar agua a la ciudad.



Ambas construcciones están realizadas fundamentalmente con bloques de granito”.

- Identifica ambas construcciones en las imágenes
- ¿Qué tipo de roca es el granito?
- ¿Por qué crees que se usó el granito para construir estos monumentos?

**26.- Los materiales de una mina que no tienen interés económico se acumulan en escombreras. La imagen muestra una mina en la que se acaba de explotar el área A y se va a empezar a explotar el área B.**



- ¿Qué tipo de mina es el área A?
- ¿Qué harías para restaurar la zona en la que está la escombrera de la explotación A?
- ¿Qué lugar usarías como escombrera de la explotación B?

**27. De entre las muestras que tengas en clase o de tu libro de texto, selecciona los minerales que presenten exfoliación.**

### **28.-El color de los minerales**

Muchos minerales presentan variedades de diferentes colores, todas ellas con la misma composición química y estructura cristalina. Esto determina que, a menudo, el color no sea una propiedad característica del mineral, en particular de los denominados alocromáticos.

**Investiga y busca en internet muestras de las variedades de los siguientes minerales.**

Cuarzos: Amatista, Cuarzo azul, Cuarzo rosa, Cuarzo blanco y negro

Corindón: Rubí (de color rojo) y zafiro (de color azul)

Berilo: Berilo verde. Aguamarina. Heliodoro. Berilo rojo.

### **29.-Propiedades curiosas de los minerales**

En las ilustraciones se muestran dos propiedades peculiares de algunos minerales. Indica el nombre de ambas propiedades, en que consisten y qué minerales las presentan ( búscalos en Google).

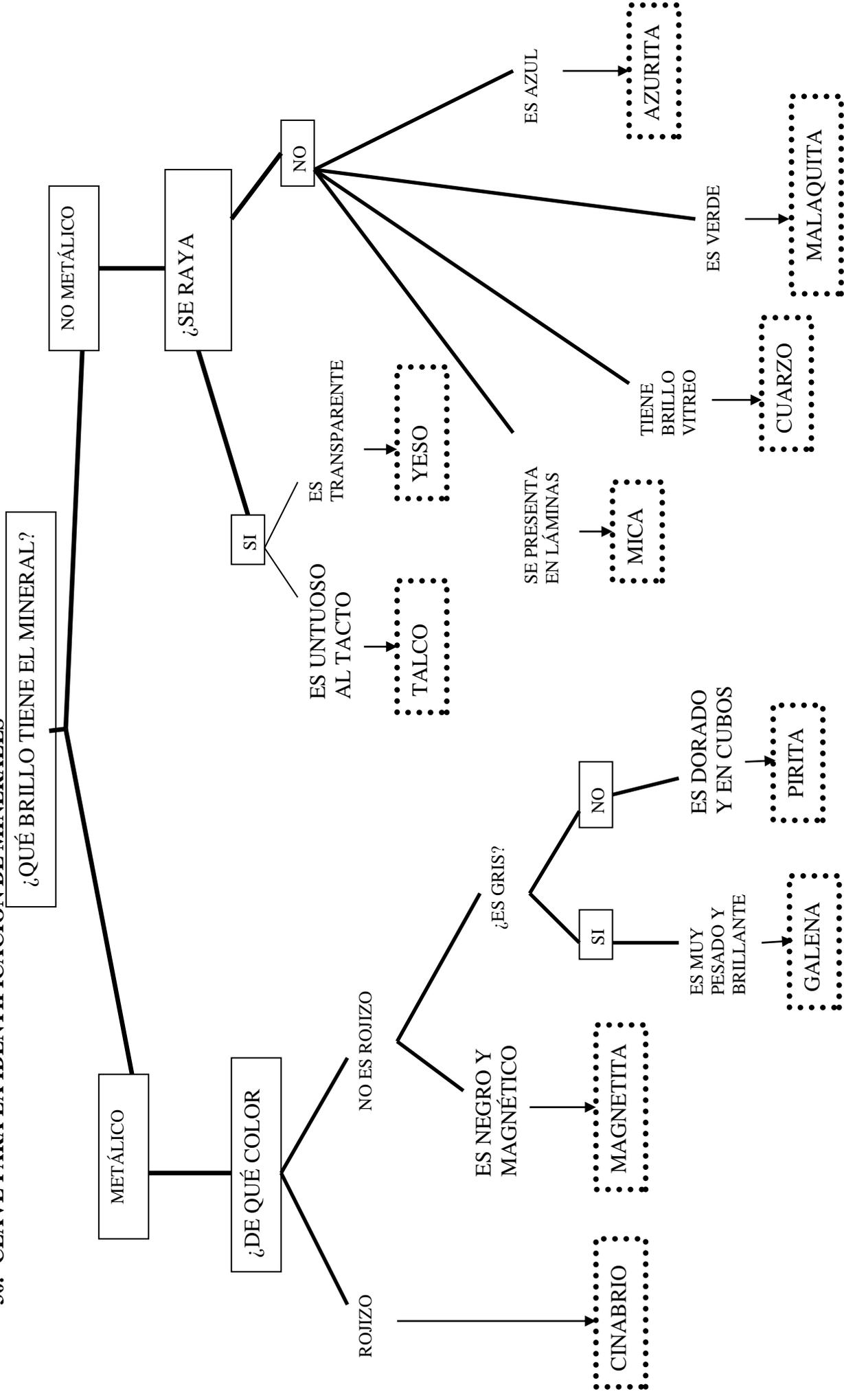


- De qué propiedad se trata.
- En que consiste
- ¿Qué minerales la presentan?



- De qué propiedad se trata.
- En que consiste
- ¿Qué minerales la presentan?

### 30.- CLAVE PARA LA IDENTIFICACIÓN DE MINERALES



### **31. Clasificamos las rocas**

Utilizando el guion que te presentamos a continuación, clasifica las rocas que te proporcione tu profesor/a o las que tú encuentres en el campo.

a) Separa primero las rocas fácilmente reconocibles, como el carbón y la sal gema (observa su color y su baja densidad).

Somete el resto al siguiente «interrogatorio»:

b) ¿Tiene aspecto cristalino, es decir, es un mosaico de cristales claros y oscuros?

Sí: granito o similares.

e) ¿Tiene cristales «flotando» en una masa fina y/o contiene vacuolas?

Sí: roca magmática volcánica.

d) ¿Está compuesta por granos o cantos apreciables a simple vista que se pueden incluso desprender con la mano?

Sí: pasa a la cuestión e.

No: pasa a la cuestión f.

e) En este caso, ¿son todos los cristales del tamaño de la arena y la roca presenta un tacto muy áspero?

Sí: arenisca.

¿Se trata de cantos redondeados del tamaño de la grava?

Sí: conglomerado.

f) ¿Se observa hojiosidad en la roca, es decir, está dispuesta en láminas y brilla su superficie?

Sí: no se observan los minerales: filita.

Se observan cristales: esquisto o micacita.

Se observan bandas claras y oscuras alternantes: gneis.

g) ¿La roca tiene aspecto homogéneo, está formada por cristales del mismo mineral, presenta tonos por lo general claros y se halla bien cohesionada?

Sí: produce efervescencia al reaccionar con ácido y se raya con la llave: mármol y caliza.

No: cuarcita.

h) No se incluye en las anteriores, no se observan granos, presenta un tacto suave, tizna o mancha: lutita.

### 32.-Reconocimiento de rocas sedimentarias

En el libro de texto se han explicado una serie de características que te servirán para reconocer este tipo de rocas.

Utilizando esa información y aplicando la siguiente clave, clasifica los ejemplares que te proporcione tu profesor/a o los que tú encuentres en el campo.

1. Se trata de un líquido negro o marrón de aspecto aceitoso . .....petróleo
- 1'. No se trata de un líquido, sino de una roca ..... 2
2. Rocas de color negro o marrón, poco densas, que a veces tiznan y en ocasiones, presentan superficies brillantes . .....carbones
- 2'. Rocas que no muestran las características descritas anteriormente . .....3
3. Rocas formadas por granos visibles, cantos o arena .....6 (DETRÍTICAS de grano medio-grosso)
- 3'. Rocas sin granos claramente diferenciados .....4
4. Rocas de color blanco o translúcido, con brillo y, a menudo, poco densas . ..... 8 (EVAPORITAS)
- 4'. Rocas que no presentan las características descritas anteriormente . .....5
5. Rocas que producen efervescencia con el ácido clorhídrico . .....9 CARBONATADAS)
- 5'. Rocas que no producen efervescencia con el ácido clorhídrico, en las que no se observan granos y que no cumplen ninguna . de las características descritas anteriormente . ..... 10 (DETRÍTICAS de grano fino)
6. Roca formada por fragmentos gruesos y matriz arenosa entre ellos . ..... 7
- 6'. Roca compuesta por granos de arena de tacto muy áspero. ....arenisca
7. Los cantos son redondeados .....conglomerado
- 7'. Los cantos son angulosos.....brecha
8. Roca de color blanco, sin sabor apreciable y que se raya fácilmente con la uña .....yeso
- 8'. Roca con sabor salado .....sal gema o halita
9. Roca compacta, que tizna la mano y presenta olor a tierra mojada al echarle el aliento ..... marga o margocaliza
- 9'. Rocas muy compactas y resistentes. No tiznan. Se rayan con una llave o moneda . .....calizas
- 10'. Rocas con granos muy finos, inapreciables a simple vista, con tacto suave. A menudo desprenden olor a tierra mojada al echarles el aliento. .... LUTITA (limonita o argilita)

### 33.-Ordena las siguientes rocas

Las rocas de esta colección están desordenadas; colócalas en la columna correspondiente.



arenisca



arcilla



diorita



andesita



caliza



brecha



esquisto



granito



gabro



gneis



hulla



mármol



yeso



pizarra



sal gema



peridotita



basalto

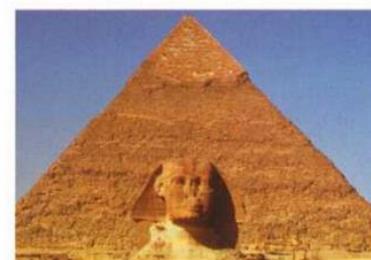
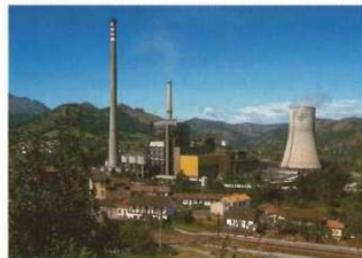
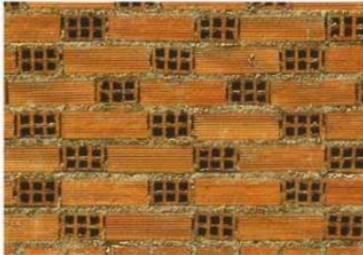


lutita

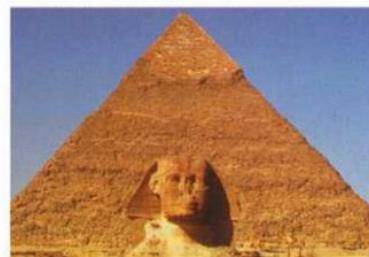
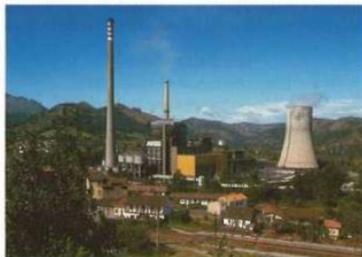
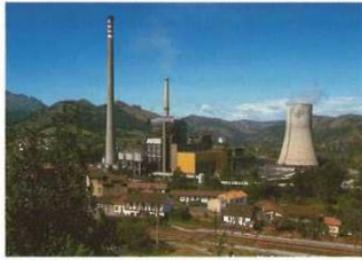
SEDIMENTARIAS	MAGMÁTICAS	METAMÓRFICAS

### 34.-Utilidad de las rocas

Las siguientes fotografías muestran una serie de aplicaciones y utilidades de las rocas. Indica debajo de cada una la roca o rocas que se emplean para ello.



Tema-III-9: Rocas y minerales. Procesos geológicos. Formación del relieve y el paisaje.





**educàlia**  
editorial

**Educàlia editorial**

Edificio **CREA** · Avda. de las Jacarandas nº 2 - loft 327  
46100 Burjassot - Valencia  
Tels. 960 624 309 - 963 76 85 42 - 610 900 111

**email: [educaliaeditorial@e-ducalia.com](mailto:educaliaeditorial@e-ducalia.com)**

**[www.e-ducalia.com](http://www.e-ducalia.com)**